(Ova stranica je ostavljena prazna)

ISPITIVANJE FUNKCIJA I KRIVIH LINIJA

§ 1. Ponašanje funkcije „u tački"

1107. Pokazati da je $x=0$ tačka minimuma funkcije

$$y=3x^4-4x^3+12x^2+1.$$

1108. Polazeći neposredno od definicija rastuće i opadajuće funkcije i tačaka maksimuma i minimuma pokazati da funkcija $y=x^3-3x+2$ raste u tački $x_1=2$, opada u tački $x_2=0$, dostiže maksimum za $x_3=-1$, a minimum za $x_4=1$.

1109. Isto kao i u zad. 1108 pokazati da funkcija $y=\cos 2x$ raste u tački $x_1=\frac{3\pi}{4}$, opada u tački $x_2=\frac{\pi}{6}$, dostiže maksimum za $x_3=0$, a minimum za $x_4=\frac{\pi}{2}$.

1110. Ne koristeći izvod ispitati ponašanje date funkcije u tački $x=0$:

1) $y=1-x^4$; 2) $y=x^5-x^3$; 3) $y=\sqrt[3]{x}$; 4) $y=\sqrt[3]{x^2}$; 5) $y=1-\sqrt[5]{x^4}$;
6) $y=|\operatorname{tg} x|$; 7) $y=|\ln(x+1)|$; 8) $y=e^{-|x|}$; 9) $y=\sqrt{x^3+x^2}$.

1111. Koristeći kriterijume za utvrđivanje monotonosti funkcije u tački pokazati da je funkcija $y=\ln(x^2+2x-3)$ u tački $x_1=2$ rastuća, u tački $x_2=-4$ opadajuća, i da nema stacionarnih tačaka.

1112. Ispitati ponašanje funkcije $y=\sin x+\cos x$ u tačkama $x_1=0$, $x_2=1$, $x_3=-\frac{\pi}{3}$, $x_4=2$.

1113. Ispitati ponašanje funkcije $y=x-\ln x$ u tačkama $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=2$, $x_3=e$, $x_4=1$ i pokazati da, ako data funkcija raste u tački $x=a>0$, onda ona opada u tački $\frac{1}{a}$.

1114. Objasniti ponašanje funkcije $y=x\operatorname{arctg} x$ u tačkama $x_1=1$, $x_2=-1$, $x_3=0$.

1115. Objasniti ponašanje funkcije

$$y=\begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & \text{ako je } x \neq 0, \\ 1. & \text{ako je } x = 0 \end{cases}$$

u tačkama $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=-\frac{1}{2}$ i $x_3=0$.

§ 2. Primena prvog izvoda

Rolova i Lagranževa teorema

1116. Proveriti važi li Rolova teorema za funkciju $y=x^3+4x^2-7x-10$ u intervalu $[-1; 2]$.

1117. Proveriti važi li Rolova teorema za funkciju $y=\ln \sin x$ u intervalu $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$.

1118. Proveriti važi li Rolova teorema za funkciju $y=4^{\sin x}$ u intervalu $[0, \pi]$.

1119. Proveriti važi li Rolova teorema za funkciju $y=\sqrt[3]{x^2-3x+2}$ u intervalu $[1, 2]$.

1120. Funkcija $y=\frac{2-x^2}{x^4}$ ima istu vrednost na krajevima intervala $[-1, 1]$. Uveriti se u to da izvod ove funkcije ni u jednoj tački intervala $[-1, 1]$ nije jednak nuli, i objasniti ovakvo odstupanje od Rolove teoreme.

1121. Funkcija $y=|x|$ ima istu vrednost na krajevima intervala $[-a, a]$. Uveriti se u to da izvod ove funkcije ni u jednoj tački intervala $[-a, a]$ nije jednak nuli, i objasniti ovakvo odstupanje od Rolove teoreme.

1122. Dokazati tvrđenje: ako jednačina

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x=0$$

ima pozitivan koren $x=x_0$, onda jednačina

$$na_0x^{n-1}+(n-1)a_1x^{n-2}+\cdots+a_{n-1}=0$$

ima takođe pozitivan koren i pritom manji od x_0.

1123. Data je funkcija $f(x)=1+x^m(x-1)^n$ u kojoj su m i n celi pozitivni brojevi. Ne izračunavajući izvod pokazati da jednačina $f'(x)=0$ ima bar jedan koren u intervalu $[0, 1]$.

1124. Pokazati da jednačina $x^3-3x+c=0$ ne može imati dva različita korena u intervalu $[0, 1]$.

1125. Ne tražeći izvod funkcije

$$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

utvrditi koliko realnih korena ima jednačina $f'(x)=0$ i u kojim intervalima oni leže.

1126. Pokazati da funkcija $f(x)=x^n+px+q$ ne može imati više od dva realna korena ako je n paran, niti više od tri ako je n neparan broj.

1127. Napisati Lagranževu formulu za funkciju $y=\sin 3x$ u intervalu $[x_1, x_2]$.

1128. Napisati Lagranževu formulu za funkciju $y=x(1-\ln x)$ u intervalu $[a, b]$.

1129. Napisati Lagranževu formulu za funkciju $y=\arcsin 2x$ u intervalu $[x_0, x_0+\Delta x]$.

1130. Proveriti da li važi Lagranževa teorema za funkciju $y=x^n$ u intervalu $[0, a]$, pri čemu je $n>0$, $a>0$.

1131. Proveriti da li važi Lagranževa teorema za funkciju $y=\ln x$ u intervalu $[1, e]$.

1132. Primenom Lagranževe formule dokazati da važi nejednakost

$$\frac{a-b}{a}\leqslant\ln\frac{a}{b}\leqslant\frac{a-b}{b},$$

pod uslovom $0<b\leqslant a$.

1133. Primenom Lagranževe formule dokazati da važi nejednakost $\frac{\alpha-\beta}{\cos^2\beta}\leqslant\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta\leqslant\frac{\alpha-\beta}{\cos^2\alpha}$, pod uslovom da je $0<\beta\leqslant\alpha<\frac{\pi}{2}$.

1134. Primenom Lagranževe formule dokazati da za $a>b$ važe nejednakosti

$$nb^{n-1}(a-b)<a^n-b^n<na^{n-1}(a-b),$$

ako je $n>1$, a ako je $n<1$ važe nejednakosti suprotnog smisla.

1135. Razmotrimo funkciju

$$f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x} & \text{za } x\neq 0,\\ 0 & \text{za } x=0.\end{cases}$$

Ova je funkcija diferencijabilna za svaku vrednost x. Napišimo za nju Lagranževu formulu u intervalu $[0, x]$:

$$f(x)-f(0)=xf'(\xi)\quad(0<\xi<x).$$

Imaćemo:

$$x^2\sin\frac{1}{x}=x\left(2\xi\sin\frac{1}{\xi}-\cos\frac{1}{\xi}\right),$$

odakle je $\cos\frac{1}{\xi}=2\xi\sin\frac{1}{\xi}-x\sin\frac{1}{x}$. Pustimo li sada da x teži nuli, težiće nuli i ξ, i tako dobijamo $\lim\limits_{\xi\to 0}\cos\frac{1}{\xi}=0$. Objasniti ovaj paradoksalni rezultat.

1136. Primeniti formulu

$$f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'\left(x_0+\frac{\Delta x}{2}\right)\Delta x,$$

na funkciju $f(x)=\operatorname{arctg} x$ u intervalu $[1;\ 1{,}1]$ i naći tako približnu vrednost arctg 1,1.

U zadacima 1137—1141, koristeći formulu

$$f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'\left(x_0+\frac{\Delta x}{2}\right)\Delta x,$$

izračunati približnu vrednost datih izraza.

1137. arcsin 0,54.

1138. lg 11. Uporedi sa vrednošću u tablicama.

1139. $\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ za $x=0{,}2$.

1140. lg 7, znajući da je $\lg 2=0{,}3010$ i $\lg 3=0{,}4771$. Uporediti rezultat sa vrednošću u tablicama.

1141. lg 61. Uporediti sa vrednošću u tablicama.

1142. Uveriti se u to da primenjujući formulu

$$f(b)=f(a)+(b-a)\,f'\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

pri izračunavanju logaritma broja $N+0{,}01\,N$, tj. uzimajući da je

$$\lg(N+0{,}01\,N)=\lg N+\frac{0{,}43429}{N+\dfrac{0{,}01}{2}N}\,0{,}01\,N=\lg N+\frac{0{,}43429}{100{,}5},$$

činimo grešku manju od 0,00001, tj. dobijamo 5 pouzdanih decimala ako je i $\lg N$ poznat sa 5 pouzdanih decimala.

Ponašanje funkcije u intervalu

1143. Pokazati da funkcija

$$y=2x^3+3x^2-12x+1$$

opada u intervalu $(-2,\ 1)$.

1144. Pokazati da funkcija $y=\sqrt{2x-x^2}$ raste u intervalu $(0,\ 1)$, a opada u intervalu $(1,\ 2)$. Nacrtati grafik funkcije.

1145. Pokazati da je funkcija $y=x^3+x$ svuda rastuća.

1146. Pokazati da je funkcija $y=\operatorname{arctg} x-x$ svuda opadajuća.

1147. Pokazati da je funkcija $y=\frac{x^2-1}{x}$ rastuća u svakom intervalu koji ne sadrži tačku $x=0$.

1148. Pokazati da je funkcija $y=\frac{\sin(x+a)}{\sin(x+b)}$ monotona u svakom intervalu koji ne sadrži tačke prekida funkcije.

1149*. Dokazati da za $0<x_1<x_2<\frac{\pi}{2}$ važi nejednakost $\frac{\operatorname{tg} x_2}{\operatorname{tg} x_1}>\frac{x_2}{x_1}$.

1150. Naći intervale monotonosti funkcije

$$y=x^3-3x^2-9x+14$$

i nacrtati njen grafik u intervalu $(-2,\ 4)$.

1151. Naći intervale monotonosti funkcije $y=x^4-2x^2-5$.

U zadacima 1152 — 1164 naći intervale monotonosti datih funkcija.

1152. $y=(x-2)^5(2x+1)^4$.

1153. $y=\sqrt{(2x-a)(a-x)^2}$ $(a>0)$.

1154. $y=\frac{1-x+x^2}{1+x+x^2}$.

1155. $y=\frac{10}{4x^3-9x^2+6x}$.

1156. $y=x-e^x$.

1157. $y=x^2e^{-x}$.

1158. $y=\frac{x}{\ln x}$.

1159. $y=2x^2-\ln x$.

1160. $y=x-2\sin x$ $(0\leqslant x\leqslant 2\pi)$.

1161. $y=2\sin x+\cos 2x$ $(0\leqslant x\leqslant 2\pi)$.

1162. $y=x+\cos x$.

1163. $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$.

1164. $y=x\sqrt{ax-x^2}$ $(a>0)$.

U zadacima 1165—1184 naći ekstremne vrednosti datih funkcija.

1165. $y=2x^3-3x^2$.

1166. $y=2x^3-6x^2-18x+7$.

1167. $y=\frac{3x^2+4x+4}{x^2+x+1}$.

1168. $y=\sqrt[3]{x^3-3x^2+8}$.

1169. $y=\frac{1}{\ln(x^4+4x^3+30)}$.

1170. $y=-x^2\sqrt{x^2+2}$.

1171. $y=\frac{2}{3}x^2\sqrt[3]{6x-7}$.

1172. $y=\frac{4\sqrt{3}}{9x\sqrt{1-x}}$.

1173. $y=\frac{1+3x}{\sqrt{4+5x^2}}$.

1174. $y=\sqrt[3]{(x^2-a^2)^2}$.

1175. $y=x-\ln(1+x)$. **1176.** $y=x-\ln(1+x^2)$.

1177. $y=(x-5)^2\sqrt[3]{(x+1)^2}$. **1178.** $y=(x^2-2x)\ln x-\frac{3}{2}x^2+4x$.

1179. $y=\frac{1}{2}(x^2+1)\operatorname{arctg} x-\frac{\pi}{8}x^2-\frac{x-1}{2}$.

1180. $y=\frac{1}{2}\left(x^2-\frac{1}{2}\right)\arcsin x+\frac{1}{4}x\sqrt{1-x^2}-\frac{\pi}{12}x^2$.

1181. $y=x\sin x+\cos x-\frac{1}{4}x^2\ \left(-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$.

1182. $y=\left(\frac{1}{2}-x\right)\cos x+\sin x-\frac{x^2-x}{4}\ \left(0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$.

1183. $y=\frac{2-x}{\pi}\cos\pi(x+3)+\frac{1}{\pi^2}\sin\pi(x+3)\ (0<x<4)$.

1184. $y=ae^{px}+be^{-px}$.

U zadacima 1185—1197 naći najveće i najmanje vrednosti datih funkcija u datim intervalima.

1185. $y=x^4-2x^2+5$; $[-2,2]$.

1186. $y=x+2\sqrt{x}$; $[0, 4]$.

1187. $y=x^5-5x^4+5x^3+1$; $[-1, 2]$.

1188. $y=x^3-3x^2+6x-2$; $[-1, 1]$.

1189. $y=\sqrt{100-x^2}\ (-6\leqslant x\leqslant 8)$.

1190. $y=\frac{1-x+x^2}{1+x-x^2}\ (0\leqslant x\leqslant 1)$.

1191. $y=\frac{x-1}{x+1}\ (0\leqslant x\leqslant 4)$.

1192. $y=\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{1-x}\ (0<x<1)\ (a>0,\ b>0)$.

1193. $y=\sin 2x-x\ \left(-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$.

1194. $y=2\operatorname{tg} x-\operatorname{tg}^2 x\ \left(0\leqslant x<\frac{\pi}{2}\right)$.

1195. $y=x^x\ (0{,}1\leqslant x<\infty)$.

1196. $y=\sqrt[3]{(x^2-2x)^2}\ (0\leqslant x\leqslant 3)$.

1197. $y=\operatorname{arctg}\frac{1-x}{1+x}\ (0\leqslant x\leqslant 1)$.

Nejednakosti

U zadacima 1198—1207 dokazati da važe nejednakosti.

1198. $2\sqrt{x} > 3 - \frac{1}{x} \quad (x>1).$

1199. $e^x > 1 + x \quad (x \neq 0).$

1200. $x > \ln(1+x) \quad (x>0).$

1201. $\ln x > \frac{2(x-1)}{x+1} \quad (x>1).$

1202. $2x \operatorname{arctg} x \geqslant \ln(1+x^2).$

1203. $1 + x \ln(x+\sqrt{1+x^2}) \geqslant \sqrt{1+x^2}.$

1204. $\ln(1+x) > \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x} \quad (x>0).$

1205. $\sin x < x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} \quad (x>0).$

1206. $\sin x + \operatorname{tg} x > 2x \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right).$

1207. $\frac{e^x + e^{-x}}{2} \geqslant 1 + \frac{x^2}{2}.$

Zadaci u vezi sa ekstremnim vrednostima funkcija

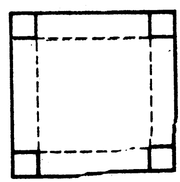
1208. Razdeliti broj 8 na dva sabirka tako da zbir njihovih trećih stepena bude minimalan.

1209. Koji pozitivan broj sabran sa svojom recipročnom vrednošću daje minimalan zbir?

1210. Rastaviti broj 36 na dva činitelja tako da zbir njihovih kvadrata bude minimalan.

1211. Treba napraviti kutiju sa poklopcem, zapremine $72\ cm^3$, čije bi osnovne ivice stajale u razmeri $1:2$. Kolike moraju biti dimenzije kutije sa minimalnom površinom?

1212. Od uglova kvadratnog komada kartona, veličine $18 \times 18\ cm^2$, treba odseći 4 podudarna kvadrata tako da se savijanjem preostalog kartona po isprekidanim linijama (sl. 29) dobije kutija maksimalne zapremine. Kolika mora biti stranica isečenih kvadrata?



Sl. 29

1213. Rešiti predhodni zadatak u slučaju kad karton ima oblik pravougaonika veličine $8 \times 5\ cm^2$.

1214. Zapremina pravilne trostrane prizme je V; kolika mora biti osnovna ivica da bi ukupna površina prizme bila minimalna?

1215. Otvoreni lonac ima oblik cilindra; ako je njegova zapremina V koliki moraju biti poluprečnik osnove R i visina H cilindra da bi njegova površina bila minimalna?

1216. Naći odnos između poluprečnika R i visine H cilindra date zapremine koji ima minimalnu ukupnu površinu.

1217. Dužina izvodnice konusnog levka je 20 cm; kolika mora biti visina levka da bi njegova zapremina bila maksimalna?

1218. Kružni isečak čiji je centralni ugao α savijen je u vidu konusa; koliki mora biti ugao α da bi zapremina dobijenog konusa bila maksimalna?

1219. Obim jednakokrakog trougla je $2p$; kolike moraju biti njegove strane da bi zapremina tela koje nastaje obrtanjem pomenutog trougla oko svoje osnovice, bila maksimalna?

1220. Obim jednakokrakog trougla je $2p$; kolike moraju biti njegove strane da bi zapremina konusa koji nastaje obrtanjem tog trougla oko visine koja odgovara osnovici, bila maksimalna?

1221. Naći visinu cilindra najveće zapremine koji se može upisati u loptu poluprečnika R.

1222. Naći visinu konusa najveće zapremine koji se može upisati u loptu poluprečnika R.

1223. Kišna kap čija je početna masa m_0, pada pod dejstvom sile teže isparavajući se ravnomerno tako da je gubitak mase proporcionalan vremenu (koeficijent proporcionalnosti je k). Posle koliko sekundi od početka padanja će kinetička energija kapi biti maksimalna i kolika će biti ta energija? (Otpor vazduha se zanemaruje).

1224. Jednokraka poluga ima oslonac u tački A; u tački B $(AB=a)$ obešen je teret P. Težina jedinice dužine poluge je k. Kolika mora biti dužina poluge da bi teretu P držala ravnotežu minimalna sila (momenat ravnotežne sile mora biti jednak zbiru momenata tereta P i poluge).

1225. Izdaci za pogonsko gorivo za parobrod proporcionalni su trećem stepenu brzine parobroda. Zna se da pri brzini od v $km/čas$ izdaci za gorivo iznose a din. po času, dok svi ostali izdaci (koji ne zavise od brzine) iznose b din. po času. Pri kojoj će brzini parobroda ukupan iznos izdataka po 1 km puta biti najmanji, i koliki će biti ti izdaci?

1226. Tri mesta A, B i C leže tako da je $\sphericalangle ABC=60°$. Iz mesta A polazi automobil, a istovremeno iz mesta B polazi voz. Automobil se kreće prema mestu B brzinom od 80 $km/čas$, a voz — prema mestu C brzinom od 50 $km/čas$. U kom će trenutku (računajući od početka kretanja) rastojanje između voza i automobila biti najmanje ako je $AB=200$ km?

1227. Na kružnoj liniji data je tačka A. Odrediti tetivu BC paralelnu tangenti u tački A tako da površina trougla ABC bude maksimalna.

1228. Naći strane pravougaonika maksimalnog obima koji se može upisati u polukrug poluprečnika R.

1229. U dati kružni odsečak upisati pravougaonik maksimalne površine.

1230. Oko datog cilindra opisati konus minimalne zapremine (tako da osnove cilindra i konusa leže u istoj ravni).

1231. Naći visinu pravog kružnog konusa minimalne zapremine, opisanog oko lopte poluprečnika R.

1232. Naći ugao pri vrhu osovinskog preseka konusa najmanje bočne površine, opisanog oko date lopte.

1233. Koliki mora biti ugao pri vrhu jednakokrakog trougla date površine da bi poluprečnik kruga upisanog u taj trougao bio maksimalan?

1234. Naći visinu konusa najmanje zapremine, opisanog oko polulopte poluprečnika R (centar osnove konusa poklapa se sa centrom lopte).

1235. Kolika mora biti visina konusa upisanog u loptu poluprečnika R da bi površina njegova omotača bila najveća?

1236. Dokazati da je količina platna, potrebna za izradu konusnog šatora date zapremine, najmanja kad je visina šatora $\sqrt{2}$ puta veća od poluprečnika njegove osnove.

1237. Kroz tačku (1; 4) povući pravu tako da zbir pozitivnih odsečaka koje ta prava odseca od koordinatnih osâ bude minimalan.

1238. Naći strane pravougaonika maksimalne površine, upisanog u elipsu $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$

1239. Odrediti poluose elipse opisane oko pravougaonika tako da obuhvata najmanju površinu (površina obuhvaćena elipsom čije su poluose a i b iznosi πab).

1240. Kroz koju tačku elipse $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{18}=1$ treba povući tangentu tako da površina trougla, kojeg obrazuje tangenta sa koordinatnim osama, bude minimalna.

1241. Na elipsi $2x^2+y^2=18$ date su tačke $A(1; 4)$ i $B(3; 0)$; naći treću tačku C elipse tako da površina trougla ABC bude maksimalna.

1242. Na paraboli $y^2=2px$ naći tačku najbližu tački $(a, 0)$.

1243. Pravougaoni komad lima širine a treba saviti u vidu cilindričnog žljeba tako da poprečni presek žljeba ima oblik luka kružnog odsečka; odrediti centralni ugao koji odgovara tom luku tako da zapremina žljeba bude najveća.

1244. Deblo dužine 20 m ima oblik zarubljenog konusa čiji su prečnici osnova 2 m i 1 m. Iz debla treba istesati gredu maksimalne zapremine, sa kvadratnim poprečnim presekom, tako da se osa grede poklapa sa osom debla; odrediti dimenzije grede.

1245. Veličina A merena je n puta i dobijeni su rezultati: $x_1\ x_2, \ldots, x_n$. Često se za najpouzdaniju vrednost veličine A uzima ona vrednost x za koju je zbir kvadratâ razlika $x_i - x$, tj. $\sum_{i=1}^{n}(x_i-x)^2$, minimalan. Naći vrednost x koja zadovoljava ovaj uslov.

1246. Minonosac je usidren na 9 km od najbliže tačke A obale; s njega treba poslati kurira u logor koji leži na obali udaljen 15 km (duž obale) od tačke A. Ako kurir pešači brzinom od 5 $km/čas$, a vesla brzinom od 4 $km/čas$, u kojoj se tački obale mora iskrcati da bi stigao u logor za najkraće vreme?

1247. Na kojoj visini iznad centra kružnog stola poluprečnika R treba obesiti svetiljku da bi jačina osvetljena na periferiji stola bila maksimalna? (Jačina osvetljena neke površine proporcionalna je kosinusu upadnog ugla zrakova a obrnuto proporcionalna kvadratu odstojanja od svetlosnog izvora).

1248. Naći najslabije osvetljenu tačku na odsečku dužine l koji spaja dva svetlosna izvora čije su jačine I_1 i I_2.

1249. Slika visoka 1,4 *m* visi na zidu tako da njena donja ivica leži 1,8 *m* iznad posmatračevih očiju; na kom odstojanju od zida mora stajati posmatrač da bi njegov položaj bio najpogodniji za posmatranje slike (tj. da bi vidni ugao bio maksimalan)?

1250. Teret težine P koji leži na horizontalnoj podlozi, treba pomeriti dejstvujući na njega silom F; sila trenja je proporcionalna pritisku koji telo vrši na podlogu, i usmerena je protiv aktivne sile F, a koeficijent proporcionalnosti ima vrednost k. Pod kojim uglom prema podlozi mora dejstvovati sila F da bi njena jačina bila minimalna, i kolika će biti ta minimalna jačina?

1251. Brzina proticanja vode kroz okruglu cev proporcionalna je takozvanom hidrauličnom poluprečniku R, koji se izračunava po obrascu $R=\frac{S}{p}$, u kojem je S površina preseka vodene struje u cevi, a p — obim pokvašenog (podvodnog) dela preseka cevi. Stepen ispunjenosti cevi vodom karakteriše se centralnim uglom koji odgovara horizontalnoj površini vode koja protiče. Za koju će vrednost ovog stepena brzina proticanja vode biti najveća? (Korene transcendentne jednačine koja se dobija rešavanjem zadatka — naći grafički).

1252. Štampani tekst na stranici knjige mora zauzimati $S\ cm^2$; beline (margine) — gornja i donja — moraju biti široke po $a\ cm$, a leva i desna — po $b\ cm$. Ako se uzme u obzir samo štednja hartije, kolike bi morale biti najpogodnije dimenzije stranice?

1253*. Konusni levak čiji je poluprečnik osnove R a visina H, napuni se vodom, pa se onda u levak zagnjuri lopta. Koliki mora biti poluprečnik lopte da bi se zapremina vode koju iz levka istisne zagnjureni deo lopte, bila maksimalna?

1254. Teme parabole leži na krugu poluprečnika R, a osa parabole prolazi kroz centar kruga. Koliki mora biti parametar parabole da bi površina odsečka, ograničenog parabolom i zajedničkom tetivom kruga i parabole, bila maksimalna? (Površina simetričnog paraboličnog odsečka iznosi dve trećine proizvoda njegove osnovice i „visine".)

1255. Konus, poluprečnika osnove R i visine H, presečen je ravninom paralelnom izvodnici konusa. Na kom odstojanju od centra osnove mora presečna ravan seći osnovu konusa da bi površina preseka bila minimalna? (Vidi i predhodni zadatak).

1256. Na normali parabole $y^2=2px$ povučenoj u tački P leži tetiva PM; odrediti položaj tačke P tako da dužina tetive PM bude minimalna.

1257. Tangenta elipse čiji odsečak, koji leži između njenih osa, ima minimalnu dužinu, dodiruje elipsu u tački M; dokazati da je pomenuti odsečak tangente tačkom M podeljen na dva dela čije su dužine respektivno jednake poluosama elipse.

1258. Dokazati da kod elipse rastojanje od centra do ma koje njene normale nije veće od razlike njenih poluosa. (Zgodno je poslužiti se parametarskim jednačinama elipse).

1259. U pravouglom koordinatnom sistemu xOy data je tačka (a, b) i kriva $y=f(x)$; pokazati da rastojanje između nepomične tačke (a, b) i proizvoljne tačke $(x, f(x))$ može dostići maksimalnu vrednost samo u pravcu normale krive $y=f(x)$.

Jedna osobina primitivne funkcije

U zadacima 1260—1262 pokazati (primenom diferencijalnog računa — i bez njega) da su date funkcije primitivne funkcije za jednu istu funkciju.

1260. $y=\ln ax$ i $y=\ln x$.

1261. $y=2\sin^2 x$ i $y=-\cos 2x$.

1262. $y=(e^x+e^{-x})^2$ i $y=(e^x-e^{-x})^2$.

1263*. Pokazati da se funkcija

$$y=\cos^2 x+\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-\cos x\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)$$

svodi na konstantu (tj. ne zavisi od x), i naći vrednost te konstante.

1264. Pokazati da se funkcija $y=2\operatorname{arctg} x+\arcsin\frac{2x}{1+x^2}$ za $x\geqslant 1$ svodi na konstantu i naći vrednost te konstante.

1265. Pokazati da se funkcija

$$y=\arccos\frac{a\cos x+b}{a+b\cos x}-2\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right),$$

u kojoj je $0<b\leqslant a$, za $x\geqslant 0$ svodi na konstantu i naći vrednost te konstante.

1266. Uveriti se u to da se funkcije $\frac{1}{2}e^{2x}$, $e^x\operatorname{sh} x$ i $e^x\operatorname{ch} x$ razlikuju među sobom za konstantnu vrednost i pokazati da je svaka od njih primitivna funkcija za funkciju $\frac{e^x}{\operatorname{ch} x-\operatorname{sh} x}$.

§ 3. Primena drugog izvoda

Ekstremne vrednosti

U zadacima 1267—1275 naći ekstremne vrednosti dati funkcija koristeći drugi izvod.

1267. $y=x^3-2ax^2+a^2x$ $(a>0)$.

1268. $y=x^2(a-x)^2$.

1269. $y=x+\frac{a^2}{x}$ $(a>0)$.

1270. $y=x+\sqrt{1-x}$.

1271. $y=x\sqrt{2-x^2}$.

1272. $y=e^{\frac{x}{a}}+e^{-\frac{x}{a}}$.

1273. $y=x^2e^{-x}$

1274. $y=\dfrac{x}{\ln x}$.

1275. $y=x^{\frac{1}{x}}$.

1276. Za koju će vrednost parametra a funkcija

$$f(x)=a\sin x+\frac{1}{3}\sin 3x$$

imati ekstremum za $x=\dfrac{\pi}{3}$? Hoće li to biti maksimum ili minimum?

1277. Naći vrednosti a i b za koje će funkcija

$$y=a\ln x+bx^2+x$$

imati ekstremume u tačkama $x_1=1$ i $x_2=2$. Pokazati da će za te vrednosti a i b data funkcija imati maksimum u tački x_1 a minimum u tački x_2.

Konveksnost, konkavnost, prevojne tačke

1278. Ispitati da li je kriva $y=x^5-5x^3-15x^2+30$ konveksna ili konkavna u okolini tačaka $(1,11)$ i $(3,3)$.

1279. Ispitati da li je kriva $y=\operatorname{arctg} x$ konveksna ili konkavna u okolini tačaka $\left(1, \dfrac{\pi}{4}\right)$ i $\left(-1, -\dfrac{\pi}{4}\right)$.

1280. Ispitati da li je kriva $y=x^2\ln x$ konveksna ili konkavna u okolini tačaka $(1,0)$ i $\left(\dfrac{1}{e^2}, -\dfrac{2}{e^4}\right)$.

1281. Pokazati da je grafik funkcije $y=x\operatorname{arctg} x$ svuda konkavan.

1282. Pokazati da je grafik funkcije $y=\ln(x^2-1)$ svuda konveksan.

1283. Pokazati da ako je grafik funkcije svuda konveksan ili svuda konkavan, onda ta funkcija ne može imati više od jednog ekstremuma.

1284. Neka je $P(x)$ polinom sa pozitivnim koeficijentima i parnim izložiteljima stepena po x; pokazati da je grafik funkcije $P(x)+ax+b$ svuda konkavan.

1285. Krive $y=\varphi(x)$ i $y=\psi(x)$ su konkavne u intervalu (a, b); dokazati da je u tom intervalu: a) kriva $y=\varphi(x)+\psi(x)$ konkavna; b) ako su funkcije $\varphi(x)$ i $\psi(x)$ pozitivne i imaju zajedničku tačku minimuma, onda je kriva $y=\varphi(x)\cdot\psi(x)$ konkavna.

1286. Utvrditi oblik grafika funkcije znajući da je u intervalu $[a, b]$,

1) $y>0,\quad y'>0,\quad y''<0;$ 2) $y>0,\quad y'<0,\quad y''>0;$

3) $y<0,\quad y'>0,\quad y''>0;$ 4) $y>0,\quad y'<0,\quad y''<0.$

U zadacima 1287 — 1300 naći prevojne tačke i intervale konveksnosti i konkavnosti grafika datih funkcija.

1287. $y=x^3-5x^2+3x-5$. **1288.** $y=(x+1)^4+e^x$.

1289. $y=x^4-12x^3+48x^2-50$.

1290. $y=x+36x^2-2x^3-x^4$. **1291.** $y=3x^5-5x^4+3x-2$.

1292. $y=(x+2)^6+2x+2$. **1293.** $y=\dfrac{x^3}{x^2+3a^2}$ $(a>0)$.

1294. $y=a-\sqrt[3]{x-b}$. **1295.** $y=e^{\sin x}$ $\left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$.

1296. $y=\ln(1+x^2)$. **1297.** $y=\dfrac{a}{x}\ln\dfrac{x}{a}$ $(a>0)$.

1298. $y=a-\sqrt[5]{(x-b)^2}$. **1299.** $y=e^{\operatorname{arctg} x}$.

1300. $y=x^4(12\ln x-7)$.

1301. Pokazati da kriva $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$ ima tri prevojne tačke koje leže na jednoj pravoj.

1302. Pokazati da prevojne tačke krive $y=x\sin x$ leže na krivoj $y^2(4+x^2)=4x^2$.

1303. Pokazati da prevojne tačke krive $y=\dfrac{\sin x}{x}$ leže na krivoj $y^2(4+x^4)=4$.

1304. Uveriti se u to da grafici funkcijâ $y=\pm e^{-x}$ i $y=e^{-x}\sin x$ (krive amortizovanih oscilacija) imaju zajedničke tangente u prevojnim tačkama krive $y=e^{-x}\sin x$.

1305. Za koje će vrednosti a i b tačka (1,3) biti prevojna tačka krive $y=ax^3+bx^2$?

1306. Odrediti α i β tako da tačka $A(2;\ 2{,}5)$ bude prevojna tačka krive $x^2y+\alpha x+\beta y=0$. Koje će još prevojne tačke imati ova kriva?

1307. Za koje će vrednosti a grafik funkcije $y=e^x+ax^3$ imati prevojne tačke?

1308. Dokazati da apscisa prevojne tačke grafika funkcije ne može ujedno biti i tačka ekstremuma te funkcije.

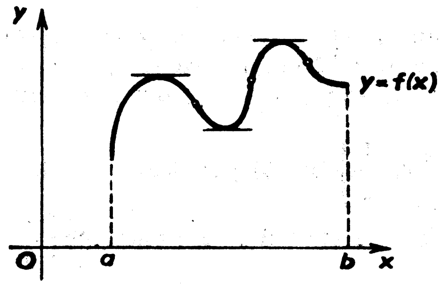
1309. Dokazati da kod svake dvaput diferencijabilne funkcije između svake dve tačke ekstremuma leži bar jedna apscisa prevojne tačke grafika te funkcije.

1310. Na primeru funkcije $y=x^4+8x^3+18x^2+8$ proveriti da između prevojnih tačaka grafika funkcije može i ne biti tačake ekstremuma (vidi i prethodni zadatak).

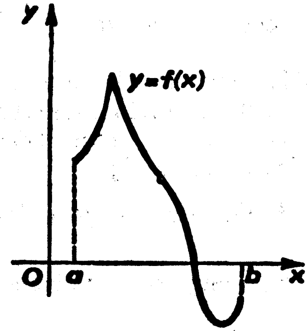
1311. Po grafiku funkcije na sl. 30 utvrditi oblik grafika njenog prvog i drugog izvoda.

1312. Isto to uraditi i za funkciju prikazanu grafički na sl. 31.

1313. Utvrditi oblik grafika funkcije na osnovu grafika njenog izvoda (sl. 32).



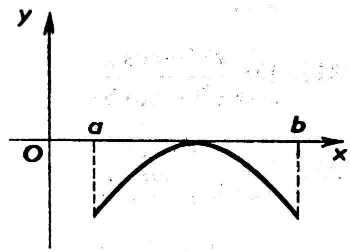
Sl. 30



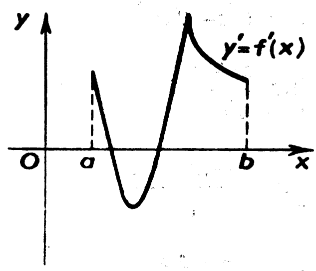
Sl. 31

1314. Utvrditi oblik grafika funkcije na osnovu grafika njenog izvoda (sl. 33).

1315. Kriva linija zadata je parametarskim jednačinama: $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$. Uveriti se u to da vrednostima t za koje izraz $\dfrac{\varphi'\psi''-\psi'\varphi''}{\varphi}$ menja znak, a $\varphi'(t)\neq 0$, odgovaraju prevojne tačke krive.



Sl. 32



Sl. 33.

1316. Naći prevojne tačke krive $x=t^2$, $y=3t+t$.

1317. Naći prevojne tačke krive $x=e^t$, $y=\sin t$.

§ 4. Dopunska pitanja. Rešavanje jednačina

Košijeva formula i Lopitalovo pravilo

1318. Napisati Košijevu formulu za funkcije $f(x)=\sin x$ i $\varphi(x)=\ln x$ u intervalu $[a, b]$, $0<a<b$.

1319. Napisati Košijevu formulu za funkcije $f(x)=e^{2x}$ i $\varphi(x)=1+e^x$ u intervalu $[a, b]$.

1320. Proveriti primenljivost Košijeve formule na funkcije $f(x)=x^3$ i $\varphi(x)=x^2+1$ u intervalu $[1,\ 2]$.

1321. Proveriti primenljivost Košijeve formule na funkcije $f(x)=\sin x$ i $\varphi(x)=x+\cos x$ u intervalu $\left[0,\ \frac{\pi}{2}\right]$.

1322. Dokazati da ako u intervalu $[a,\ b]$ važi relacija $|f'(x)|>|\varphi'(x)|$, i uz to $\varphi'(x)\neq 0$, onda mora važiti i relacija $|\Delta f(x)|>|\Delta\varphi(x)|$, u kojoj je $\Delta f(x)=f(x+\Delta x)-f(x)$, $\Delta\varphi(x)=\varphi(x+\Delta x)-\varphi(x)$, a x i $x+\Delta x$ su proizvoljne tačke u intervalu $[a,\ b]$.

1323. Dokazati da je u intervalu $\left[x,\ \frac{1}{2}\right]$ $(x>0)$ priraštaj funkcije $y=\ln(1+x^2)$ manji od priraštaja funkcije $y=\operatorname{arctg} x$ dok je u intervalu $\left[\frac{1}{2},\ x\right]$ — obrnuto: $\Delta\operatorname{arctg} x<\Delta\ln(1+x^2)$. Koristeći proslednju relaciju pokazati da je u intervalu $\left[\frac{1}{2},\ 1\right]$:

$$\operatorname{arctg} x-\ln(1+x^2)>\frac{\pi}{4}-\ln 2.$$

U zadacima 1324 — 1364 naći granične vrednosti datih funkcija.

1324. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{a}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}$.

1325. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x}$.

1326. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{\sin x}$.

1327. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\alpha x}-\cos\alpha x}{e^{\beta x}-\cos\beta x}$.

1328. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\operatorname{arctg} x}{x^3}$.

1329. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{a\sqrt{x}}-1}{\sqrt{\sin bx}}$.

1330. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x-\operatorname{tg} x}$.

1331. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\pi-2\operatorname{arctg} x}{\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}$.

1332. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^m-a^m}{x^n-a^n}$.

1333. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-b^x}{c^x-d^x}$.

1334. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$.

1265. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x\cos x}$.

1336. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-b^x}{x\sqrt{1-x^2}}$.

1337. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\cos x\ln(x-a)}{\ln(e^x-e^a)}$.

1338. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}$.

1339. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\operatorname{tg} x}-e^x}{\operatorname{tg} x-x}$.

1340. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-\dfrac{x^3}{6}-\dfrac{x^2}{2}-x-1}{\cos x+\dfrac{x^2}{2}-1}$.

1341. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^3}-1-x^3}{\sin^6 2x}$.

1342. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln (1+x)^4-4x+2x^2-\dfrac{4}{3}x^3+x^4}{6\sin x-6x+x^3}$.

1343. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln \sin 2x}{\ln \sin x}$.

1344. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln x}{\ln \sin x}$.

1345. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln (1-x)+\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}}{\operatorname{ctg} \pi x}$.

1346. $\lim\limits_{x\to +\infty} (x^n e^{-x})$.

1347. $\lim\limits_{x\to \infty} [(\pi-2\operatorname{arctg} x)\ln x]$.

1348. $\lim\limits_{x\to \infty} \left[x \sin \dfrac{a}{x}\right]$.

1349. $\lim\limits_{x\to 1} \left[\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right]$.

1350. $\lim\limits_{\varphi\to a} \left[(a^2-\varphi^2)\operatorname{tg}\dfrac{\pi\varphi}{2a}\right]$.

1351. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{x}{\ln x}\right)$.

1352. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\operatorname{ctg} x-\dfrac{1}{x}\right)$.

1353. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{\cos\dfrac{\pi x}{2}\ln (1-x)}$.

1354. $\lim\limits_{x\to \infty} [\sqrt[3]{(a+x)(b+x)(c+x)}-x]$.

1355. $\lim\limits_{x\to \infty} [x(e^{\frac{1}{x}}-1)]$.

1356. $\lim\limits_{x\to 0} [x^2 e^{\frac{1}{x^2}}]$.

1357. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}$.

1358. $\lim\limits_{x\to 0} x^{\sin x}$.

1359. $\lim\limits_{x\to 0} x^{\frac{1}{\ln (e^x-1)}}$.

1360. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}$.

1361. $\lim\limits_{x\to 0} (e^x+x)^{\frac{1}{x}}$.

1362. $\lim\limits_{x\to a} \left(2-\dfrac{x}{a}\right)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2a}}$.

1363. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)^x$.

1364. $\lim\limits_{x\to 0} \left[\dfrac{\ln (1+x)^{1+x}}{x^2}-\dfrac{1}{x}\right]$.

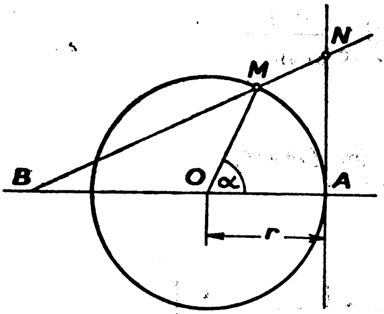
1365. Uveriti se u to da $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$ postoji ali se ne može izračunati primenom Lopitalova pravila.

1366. Koja funkcija ima veće vrednosti (za dovoljno velike vrednosti argumenta x): $a^x x^a$ ili x^x?

1367. Koja funkcija ima veće vrednosti (za dovoljno velike vrednosti argumenta x): $f(x)$ ili $\ln f(x)$ pod uslovom da $f(x) \to \infty$ kad $x \to \infty$.

1368. Dokazati da funkcija $e-(1+x)^{1/x}$ postaje beskonačno mala veličina prvog reda u odnosu na x kad $x \to 0$.

1369. Dokazati da funkcija $\ln(1+x) - e \ln \ln(e+x)$ postaje beskonačno mala veličina drugog reda u odnosu na x kad $x \to 0$.



Sl. 34

1370. U tački A kruga poluprečnika r povučena je tangenta (sl. 34). i na nju je nanet odsečak AN čija je dužina jednaka dužini kružnog luka AM; prava MN preseca pravu AO u tački B. Ako je α centralni ugao (izražen u radijanima) koji odgovara luku AM, pokazati da je

$$OB = \frac{r(\alpha \cos\alpha - \sin\alpha)}{\sin\alpha - \alpha},$$

i da je $\lim\limits_{\alpha \to 0} OB = 2r$.

Asimptotsko ponašanje funkcija i asimptote krivih linija

1371. Polazeći direktno od definicije asimptote pokazati da je prava $y = 2x + 1$ asimptota krive

$$y = \frac{2x^4 + x^3 + 1}{x^3}$$

1372. Polazeći direktno od definicije asimptote pokazati da je prava $x + y = 0$ asimptota krive $x^2 y + x y^2 = 1$.

1373. Uveriti se u to da se krive $y = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2}$ i $y = \dfrac{x^2}{x-1}$ asimptotski približavaju jedna drugoj kad $x \to \pm\infty$.

1374. Uveriti se u to da su funkcije

$$f(x) = \sqrt{x^6 + 2x^4 + 7x^2 + 1} \quad \text{i} \quad \varphi(x) = x^3 + x$$

asimptotski jednake kad $x \to \infty$. Koristeći se time izračunati približno $f(115)$ i $f(120)$. Koliku grešku činimo uzimajući da je $f(100) = \varphi(100)$?

U zadacima 1375—1391 naći asimptote datih krivih.

1375. $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

1376. $xy = a$.

1377. $y = \dfrac{1}{x^2 - 4x + 5}$.

1378. $y = c + \dfrac{a^2}{(x-b)^2}$.

1379. $2y(x+1)^2=x^3$.

1380. $y^3=a^3-x^3$.

1381. $y^3=6x^2+x^3$.

1382. $y^2(x^2+1)=x^2(x^2-1)$.

1383. $xy^2+x^2y=a^3$.

1384. $y(x^2-3bx+2b^2)=x^3-3ax^2+a^3$.

1385. $(y+x+1)^2=x^2+1$.

1386. $y=x\ln\left(e+\frac{1}{x}\right)$.

1387. $y=xe^{\frac{1}{x^2}}$.

1388. $y=xe^{\frac{2}{x}}+1$.

1389. $y=x\operatorname{arcsec}x$.

1390. $y=2x+\operatorname{arctg}\frac{x}{2}$.

1391. $y=\frac{xf(x)+a}{f(x)}$, gde je $f(x)$— polinom ($a\neq0$).

1392. Kriva je zadana parametarskim jednačinama $x=\varphi(t)$, $y=\psi(t)$. Uveriti se u to da tzv. „kose" asimptote krive mogu postojati samo za one vrednosti $t=t_0$ za koje je istovremeno

$$\lim_{t\to t_0}\varphi(t)=0 \quad \text{i} \quad \lim_{t\to t_0}\psi(t)=0.$$

Pri tom, ako je jednačina asimptote $y=ax+b$, onda je $a=\lim_{t\to t_0}\frac{\psi(t)}{\varphi(t)}$, $b=\lim_{t\to t_0}[\psi(t)-a\varphi(t)]$. Kako naći asimptote paralelne koordinatnnim osama?

1393. Naći asimptote krive:

$$x=\frac{1}{t}, \qquad y=\frac{t}{t+1}.$$

1394. Naći asimptote krive:

$$x=\frac{2e^t}{t-1}, \qquad y=\frac{te^t}{t-1}$$

1395. Naći asimptote krive:

$$x=\frac{2t}{1-t^2}, \qquad y=\frac{t^2}{1-t^2}$$

1396. Naći asimptote dekartova lista:

$$x=\frac{3at}{1+t^3}, \qquad y=\frac{3at^2}{1+t^3}$$

1397. Naći asimptote krive:

$$x=\frac{t-8}{t^2-4}, \qquad y=\frac{3}{t(t^2-4)}.$$

Sistematsko ispitivanje funkcija i krivih

U zadacima 1398 — 1464 ispitati podrobno funkcije i nacrtati njihove grafike.

1398. $y=\frac{x}{1+x^2}$.

1399. $y=\frac{1}{1-x^2}$.

1400. $y=\frac{x}{x^2-1}$.

1401. $y(x-1)(x-2)(x-3)=1$.

1402. $y=\frac{x^2}{x^2-1}$.

1403. $y=(x^2-1)^3$.

1404. $y=32x^2(x^2-1)^3$.

1405. $y=\frac{1}{x}+4x^2$.

1406. $y=x^2+\frac{1}{x^2}$.

1407. $y=\frac{2x-1}{(x-1)^2}$.

1408. $y=\frac{x^3}{3-x^2}$.

1409. $y=\frac{x^3}{2(x+1)^2}$.

1410. $y(x-1)=x^3$.

1411. $v(x^3-1)=x^4$.

1412. $y=\frac{(x-1)^2}{(x+1)^3}$.

1413. $y=\frac{x^3+2x^2+7x-3}{2x^2}$.

1414. $xy=(x^2-1)(x-2)$.

1415. $(y-x)x^4+8=0$.

1416. $y=\frac{x}{e^x}$.

1417. $y=x^2e^{-x}$.

1418. $y=\frac{e^x}{x}$.

1419. $y=x-\ln(x+1)$.

1420. $y=\ln(x^2+1)$.

1421. $y=x^2e^{-x^2}$.

1422. $y=x^3e^{-x}$.

1423. $y=xe^{-\frac{x^2}{2}}$.

1424. $y=\frac{1}{e_x-1}$.

1425. $y=x+\frac{\ln x}{x}$.

1426. $y=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

1427. $y=x+\sin x$.

1428. $y=x\sin x$.

1429. $y=\ln\cos x$.

1430. $y=\cos x-\ln\cos x$.

1431. $y=x-2\,\mathrm{arctg}\,x$.

1432. $y=e^{\frac{1}{x^2-4x+3}}$.

1433. $y=e^{\sin x}-\sin x$ (bez traženja prevojnih tačaka)

1434. $y=\sqrt[3]{x^2}-x.$

1435. $y^3=x^2(x^2-4)^3.$

1436. $(3y+x)^3=27x.$

1437. $y=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{x^2}+1.$

1438. $y=(x-1)^{\frac{2}{3}}(x+1)^3.$

1439. $y^3=6x^2-x^3.$

1440. $(y-x)^2=x^5.$

1441. $(y-x^2)^2=x^5.$

1442. $y^2=x^3+1.$

1443. $y^2=x^3-x.$

1444. $y^2=x(x-1)^2.$

1445. $y^2=x^2(x-1).$

1446. $y^2=\dfrac{x^3-2}{3x}.$

1447. $x^2y+xy^2=2.$

1448. $y^2=x^2\dfrac{a+x}{a-x}$ (strofoda) $(a>0)$.

1449. $9y^2=4x^3-x^4.$

1450. $25y^2=x^2(4-x^2)^3.$

1451. $y^2=x^2-x^4.$

1452. $x^2y^2=4(x-1).$

1453. $y^2(2a-x)=x^3$ (cisoida) $(a>0)$.

1454. $x^2y^2=(x-1)(x-2).$

1455. $x^2y^2=(a+x)^3(a-x)$ (konhoida) $(a>0)$.

1456. $16y^2=(x^2-4)^2(1-x^2).$

1457. $y^2=(1-x^2)^3.$

1458. $y^2x^4=(x^2-1)^3.$

1459. $y^2=2exe^{-2x}.$

1460. $y=e^{\frac{1}{x}}-x.$

1461. $y=e^{\operatorname{tg} x}$

1462. $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$, $f(0)=1.$

1463. $y=1-xe^{\frac{1}{|x|}-\frac{1}{x}}$ za $x\neq 0$, $y=1$ za $x=0.$

1464. $y=x^2-4|x|+3.$

U zadacima 1465 — 1469 ispitati funkcije zadate parametarski i nacrtati njihove grafike.

1465. $x=t^3+3t+1$, $y=t^3-3t+1.$

1466. $x=t^3-3\pi$, $y=t^3-6\operatorname{arctg} t.$

1467. $x=\dfrac{3t}{1+t^3}$, $y=\dfrac{3t^2}{1+t^3}.$

1468. $x=te^t$, $y=te^{-t}.$

1469. $x=2a\cos t-a\cos 2t$, $y=2a\sin t-a\sin 2t$ (kardioida).

U zadacima 1470 — 1477 ispitati krive zadate jednačinama u polarnim koordinatama.

1470. $\rho = a \sin 3\varphi$ (trolisna rozeta).

1471. $\rho = a \operatorname{tg} \varphi$.

1472. $\rho = a(1 + \operatorname{tg} \varphi)$.

1473. $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ (kardioida).

1474. $\rho = a(1 + b \cos \varphi)$ $(a > 0,\ b > 1)$ (puž).

1475. $\rho = \sqrt{\dfrac{\pi}{\varphi}}$.

1476. $\rho = \dfrac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \dfrac{\varphi}{\pi}$.

1477. $\rho = \sqrt{1-t^2}$, $\varphi = \arcsin t + \sqrt{1-t^2}$.

U zadacima 1478 — 1481. ispitati i nacrtati krive, transformišući prethodno njihove jednačine na polarne koordinate:

1478. $(x^2 + y^2)^3 = 4a^2 x^2 y^2$.

1479. $(x^2 + y^2)\, x = a^2 y$.

1480. $x^4 + y^4 = a^2 (x^2 + y^2)$.

1481. $(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)^2 = 4 x^2 y^2$.

Rešavanje jednačina

1482. Pokazati da jednačina $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$ ima jedan prosti koren $x_1 = -3$ i jedan dvostruki koren $x_2 = 2$.

1483. Pokazati da jednačina $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4 = 0$ ima dva dvostruka korena $x_1 = 1$ i $x_2 = -2$.

1484. Pokazati da jednačina $x \arcsin x = 0$ ima samo jedan realan koren $x = 0$, i to dvostruki.

1485. Pokazati da koreni jednačine $x \sin x = 0$ imaju oblik $x = k\pi$ $(k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ pri čemu vrednosti $k = 0$ odgovara dvostruki koren. Kolika je višestrukost ostalih korena?

1486. Pokazati da jednačina $x^3 - 3x^2 + 6x - 1 = 0$ ima samo jedan realan (i prost) koren, koji leži u intervalu $(0, 1)$, i naći taj koren sa tačnoćću do 0,1 metodom probanja.

1487. Pokazati da jednačina $x^4 + 3x^2 - x - 2 = 0$ ima dva (i samo dva) realna prosta korena, koji leže u intervalima $(-1{,}0)$ i $(0,\ 1)$. Metodom probanja naći ove korene sa tačnošću do 0,1.

1488. Pokazati da jednačina $f(x) = a \neq 0$, u kojoj je $f(x)$ polinom sa pozitivnim koeficijentima i sa neparnim izložiteljima stepena od x, ima jedan i samo jedan realan koren (koji može biti i višestruk). Razmotriti slučaj kad je $a = 0$. Naći s tačnošću do 0,01 koren jednačine $x^3 + 3x - 1 = 0$ kombinujući metod probanja sa metodom sečice.

1489. Dokazati stav: da bi jednačina $x^3 + px + q = 0$ imala tri prosta realna korena potrebno je i dovoljno da koeficijenti p i q zadovoljavaju uslov: $4p^3 + 27q^2 < 0$. Naći s tačnošću do 0,01 sve korene jednačine $x^3 - 9x + 2 = 0$ kombinujući metod probanja sa metodom sečice.

1490. Pokazati da jednačina

$$x^4+2x^2-6x+2=0$$

ima dva (i samo dva) realna prosta korena, koji leže u intervalima (0, 1) i (1, 2). Kombinujući metod sečice sa metodom tangente naći te korene sa tačnošću do 0,01.

1491. Pokazati da jednačina

$$x^5+5x+1=0$$

ima samo jedan realan (i prost) koren koji leži u intervalu $(-1, 0)$, i naći taj koren kombinujući metod sečice sa metodom tangente.

U zadacima 1492 — 1497 treba naći približne vrednosti korenâ jednačine kombinovanom primenom tri metoda: metoda probanja, sečice i tangente. (U slučaju potrebe koristiti i tablice vrednostî odgovarajućih funkcija).

1492. Pokazati da jednačina $xe^x=2$ ima samo jedan realan koren koji leži u intervalu (0, 1), i naći njegovu vrednost sa tačnošću do 0,01.

1493. Pokazati da jednačina $x \ln x=a$ nema nijedan realan koren ako je $a<-\frac{1}{e}$ ima jedan dvostruki realan koren ako je $a=-\frac{1}{e}$ ima dva realna prosta korena ako je $-\frac{1}{e}<a<0$, i ima samo jedan realan prost koren ako je $a>0$. Naći koren jednačine $x \ln x=0{,}8$ sa tačnošću do 0,01.

1494. Pokazati da tzv. Keplerova jednačina $x=\varepsilon \sin x+a$, u kojoj je $0<\varepsilon<1$, ima jedan prost realan koren, i naći taj koren sa tačnošću do 0,001 za $\varepsilon=0{,}538$ i $a=1$.

1495. Pokazati da jednačina $a^x=ax$ za $a>1$ ima uvek dva (i samo dva) realna i pozitivna korena, od kojih je jedan $=1$, dok je drugi >1, <1, ili $=1$ u zavisnosti od toga da li je $a>e$, $<e$ ili $=e$. Naći sa tačnošću do 0,001 drugi koren ove jednačine za $a=3$.

1496. Pokazati da jednačina $x^2 \operatorname{arctg} x=a$, u kojoj je $a\neq 0$, ima jedan realan koren. Naći taj koren sa tačnošću do 0,001 za $a=1$.

1497. Kolika mora biti osnova a sistema logaritama da bi postojali brojevi jednaki svojim logaritmima? Koliko može biti takvih brojeva? Koliki je taj broj (s tačnošću do 0,01) za $a=\frac{1}{2}$?

§ 5. Tajlorova formula i njena primena

Tajlorova formula za polinome

1498. Razviti polinom $x^4-5x^3+x^2-3x+4$ po stepenima razlike $x-4$.

1499. Razviti polinom x^3+3x^2-2x+4 po stepenima binoma $x+1$.

1500. Razviti polinom $x^{10}-3x^5+1$ po stepenima binoma $x-1$.

1501. Funkciju $f(x)=(x^2-3x+1)^3$ razviti po stepenima od x primenom Tajlorove formule.

1502. $f(x)$ je polinom četvrtog stepena. Ako je $f(2)=-1$, $f'(2)=0$, $f''(2)=2$, $f'''(2)=-12$, $f^{IV}(2)=24$ izračunati $f(-1)$, $f'(0)$ i $f''(1)$.

Tajlorova formula

1503. Naći Tajlorovu formulu n-tog stepena za funkciju $\frac{1}{x}$ u okolini tačke $x_0=-1$.

1504. Naći Tajlorovu (Maklorenovu) formulu n-tog stepena za funkciju xe^x u okolini tačke $x_0=0$.

1505. Naći Tajlorovu formulu n-tog stepena za funkciju $y=\sqrt{x}$ u okolini tačke $x_0=4$.

1506. Naći Tajlorovu formulu $2n$-tog stepena za funkciju $y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ u okolini tačke $x_0=0$.

1507. Naći Tajlorovu formulu n-tog stepena za funkciju $y=x^3\ln x$ u okolini tačke $x_0=1$.

1508. Naći Tajlorovu formulu $2n$-tog stepena za funkciju $y=\sin^2 x$ u okolini tačke $x_0=0$.

1509. Naći Tajlorovu formulu trećega stepena za funkciju $y=\frac{x}{x-1}$ u okolini tačke $x_0=2$ i nacrtati grafike date funkcije i njenog Tajlorovog polinoma trećeg stepena.

1510. Naći Tajlorovu formulu drugog stepena za funkciju $y=\operatorname{tg} x$ u okolini tačke $x_0=0$ i nacrtati grafike date funkcije i njenog Tajlorovog polinoma drugog stepena.

1511. Naći Tajlorovu formulu trećeg stepena za funkciju $y=\arcsin x$ u okolini tačke $x_0=0$ i nacrtati grafike date funkcije i njenog Tajlorovog polinoma trećeg stepena.

1512. Naći Tajlorovu formulu trećeg stepena za funkciju $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$ u okolini tačke $x_0=1$ i nacrtati grafike date funkcije i njenog Tajlorovog polinoma trećeg stepena.

1513*. Dokazati da broj θ u ostatku Tajlorove formule prvog stepena

$$f(a+h)=f(a)+hf'(a)+\frac{h^2}{2}f''(a+\theta h)$$

teži $\frac{1}{3}$ kad $h\to 0$ ako je $f'''(x)$ neprekidna funkcija u tački $x=a$ i uz to $f'''(a)\neq 0$. Uopštiti ovaj rezultat.

Neke primene Tajlorove formule

U zadacima 1514 — 1519 ustanoviti ponašanje datih funkcija u naznačenim tačkama.

1514. $y=2x^6-x^3+3$ u tački $x=0$.

1515. $y=x^{11}+3x^6+1$ u tački $x=0$.

1516. $y=2\cos x+x^2$ u tački $x=0$.

1517. $y=6\ln x-2x^3+9x^2-18x$ u tački $x=1$.

1518. $y=6\sin x+x^2$ u tački $x=0$.

1519. $y=24e^x-23x-12x^2-4x^3-x^4-20$ u tački $x=0$.

1520. Za funkciju $f(x)=x^{10}-3x^6+x^2+2$ i $x_0=1$ naći prva tri člana Tajlorove formule i izračunati približno $f(1{,}03)$.

1521. Za funkciju $f(x)=x^8-2x^7+5x^6-x+3$ i $x_0=2$ naći prva tri člana Tajlorove formule i izračunati približno $f(2{,}02)$ i $f(1{,}97)$.

1522. Funkciju $f(x)=x^{80}-x^{40}+x^{20}$ razviti po stepenima razlike $x-1$ idući do trećeg člana, i izračunati približno $f(1{,}005)$.

1523. Funkciju $f(x)=x^5-5x^3+x$ razviti po stepenima razlike $x-2$ idući do trećeg člana, zatim izračunati $f(2{,}1)$ tačno i približno i naći apsolutnu i realnu grešku.

1524. Uveriti se u to da je greška, koja se čini kad se vrednosti funkcije e^x za $0<x<\frac{1}{2}$ izračunavaju po približnom obrascu

$$e^x\approx 1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}$$

manja od 0,01. Koristeći se ovim izračunati $\sqrt{e}$ na dve decimale.

1525. Koristeći približnu formulu

$$e^x\approx 1+x+\frac{x^2}{2},$$

naći $\frac{1}{\sqrt{e}}$ i oceniti grešku.

1526. Uveriti se u to da je za uglove manje od 28° greška koja se čini kad se $\sin x$ zameni izrazom $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}$ manja od 0,000001. Koristeći se ovim izračunati $\sin 20°$ na šest decimala.

1527. Naći $\cos 10°$ sa tačnošću do 0,001. Uveriti se u to da je za ovoliku tačnost dovoljno uzeti Tajlorovu formulu drugog stepena.

1528. Koristeći približan obrazac

$$\ln(1+x)\approx x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4},$$

naći $\ln 1{,}5$ i oceniti grešku.

§ 6. Krivina

U zadacima 1529 — 1536 naći krivinu datih krivih.

1529. Hiperbole $xy=4$ u tački $(2,2)$.

1530. Elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ u temenima.

1531. $y=x^4-4x^3-18x^2$ u kordinatnom početku.

1532. $y^2=8x$ u tački $\left(\frac{9}{8},\ 3\right)$. **1533.** $y=\ln x$ u tački $(1,\ 0)$.

1534. $y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ u koordinatnom početku.

1535. $y=\sin x$ u tačkama sa ekstremnom vrednošću ordinate.

1536. Dekartova lista $x^3+y^3=3axy$ u tački $\left(\frac{3}{2}a,\ \frac{3}{2}a\right)$.

U zadacima 1537 — 1542 naći krivinu datih krivih u proizvoljnoj tački.

1537. $y=x^3$. **1538.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$. **1539.** $y=\ln\sec x$.

1540. $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$. **1541.** $\frac{x^m}{a^m}+\frac{y^m}{b^m}=1$. **1542.** $y=a\,\mathrm{ch}\,\frac{x}{a}$.

U zadacima 1543 — 1549 naći krivinu datih krivih.

1543. $x=3t^2,\ y=3t-t^3$ za $t=1$.

1544. $x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t$ za $t=t_1$.

1545. $x=a(\cos t+t\sin t),\quad y=a(\sin t-t\cos t)$ za $t=\frac{\pi}{2}$.

1546. $x=2a\cos t-a\cos 2t,\ y=2a\sin t-a\sin 2t$ u proizvljnoj tački.

1547. $\rho=a^{\varphi}$ u tački $\rho=1,\ \varphi=0$.

1548. $\rho=a\varphi$ u proizvoljnoj tački.

1549. $\rho=a\varphi^k$ u proizvoljnoj tački.

1550. Naći poluprečnik krivine elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ u onoj njenoj tački koja polovi odsečak odgovarajuće tangente između koordinatnih osa.

1551. Pokazati da je poluprečnik krivine parabole u proizvoljnoj tački jednak dvostrukom odsečku njene normale od te tačke do preseka sa direktrisom parabole.

1552. Pokazati da je poluprečnik krivine cikloide u proizvoljnoj tački dvaput veći od dužine njene normale u toj tački.

1553. Dokazati da je poluprečnik krivine lemniskate $\rho^2=a^2\cos 2\varphi$ u proizvoljnoj tački obrnuto proporcionalan potegu te tačke.

1554. Naći krug krivine parabole $y=x^2$ u tački $(1,\ 1)$.

1555. Naći krug krivine hiperbole $xy=1$ u tački $(1, 1)$.

1556. Naći krug krivine krive $y=e^x$ u tački $(0, 1)$.

1557. Naći krug krivine krive $y=\operatorname{tg} x$ u tački $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$,

1558. Naći krug krivine cisoide $(x^2+y^2)x-2ay^2=0$ u taćki (a, a).

U zadacima 1559 — 1562 naći temena (tačke u kojima krivina dostiže ekstremnu vrednost) datih krivih.

1559. $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{a}$. **1560.** $y=\ln x$.

1561. $y=e^x$.

1562. $x=a(3\cos t+\cos 3t)$, $y=a(3\sin t+\sin 3t)$.

1563. Naći najveću vrednost poluprečnika krivine krive $\rho=a\sin^3\frac{\varphi}{3}$.

1564. Pokazati da krivina u tački P krive $y=f(x)$ ima vrednost $|y''\cos^3\alpha|$ pri čemu je α ugao koji obrazuje tangenta krive u tački P sa pozitivnim smerom apscisne ose.

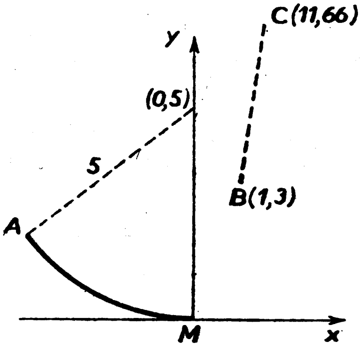
1565. Pokazati da je krivinu krive u proizvoljnoj tački moguće predstaviti izrazom $k=\left|\frac{d\sin\alpha}{dx}\right|$ u kome α ima isto značenje kao i u prethodnom zadatku.

1566. Funkcija $f(x)$ definisana je ovako:

$$f(x)=\begin{cases} x^3 \text{ za } x<1, \\ ax^2+bx+c \text{ za } x>1. \end{cases}$$

Koliki moraju biti koeficijenti a, b i c da bi krivina krive $y=f(x)$ bila svuda neprekidna?

1567. Dat je kružni luk poluprečnika 5. sa centrom u tački $(0; 5)$, i odsečak BC prave koji spaja tačke $B(1; 3)$ i $C(11; 66)$. Tačku M treba spojiti sa tačkom B lukom parabole tako da bi kriva $AMBC$ imala svuda neprekidnu krivinu. Naći jednačinu tražene parabole (tražiti parabolu petog stepena).



Sl. 35

U zadacima 1568 — 1574 naći koordinate centra krivine i jednačinu evolute datih krivih.

1568. Parabole n-tog stepena $y=x^n$.

1569. hiperbole $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

1570. Astroide $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$.

1571. Semikubne parabole $y^3=ax^2$.

1572. Parabole $x=3t$, $y=t^2-6$.

1573. Cissoide $y^2 = \dfrac{x^3}{2a-x}$.

1574. Krive $\begin{cases} x = a(1+\cos^2 t)\sin t, \\ y = a\sin^2 t\cos t. \end{cases}$

1575. Pokazati da je evoluta traktrise

$$x = -a\left(\ln \operatorname{tg}\frac{t}{2} + \cos t\right), \quad y = a\sin t$$

lančanica.

1576. Pokazati da je evoluta logaritamske spirale $\rho = a^{\varphi}$ ista takva spirala samo zaokrenuta za izvestan ugao. Može li se izabrati a tako da bi se evoluta poklopila sa samom spiralom?

1577. Pokazati da je svaku evolventu kruga moguće dobiti obrtanjem jedne od njih za izvestan ugao.

1578. Pokazati da je odstojanje bilo koje tačke cikloide od centra krivine za odgovarajuću tačku njene evolute jednako dvostrukom prečniku kruga — generatora.

1579. Evoluta parabole $y^2 = 2px$ je semikubna parabola

$$py^2 = \frac{4}{27}(x-2p)^3.$$

Naći dužinu luka semikubne parabole od tačke $(2p, 0)$ do tačke (x, y).

1580. Poluose elipse su a i b; naći dužinu cele njene evolute.

1581. Pokazati da je evoluta astroide $x = a\cos^3 t$, $y = a\sin^3 t$ astroida dvaput većih razmera, zaokrenuta za 45°; koristeći se ovim izračunati dužinu luka date astroide.

1582*. Pokazati da je evoluta kardioide

$$x = 2a\cos t - a\cos 2t; \quad y = 2a\sin t - a\sin 2t$$

takođe kardioida, slična datoj; koristeći se time naći dužinu luka cele kardioide.

1583*. Dokazati stav: ako krivina luka neke krive ili samo raste, ili samo opada, onda se krugovi krivine, koji odgovaraju raznim tačkama luka, ne presecaju i leže jedan u drugom.

§ 7. Numerički zadaci

1584. Naći minimum funkcije $y = x^4 + x^2 + x + 1$ sa tačnošću do 0,001.

1585. Naći maksimum funkcije $y = x + \ln x - x^3$ sa tačnošću do 0,001.

1586. Naći najveću i najmanju vrednost funkcije $y = x^2 + 3\cos x$ u intervalu $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ sa tačnošću do 0,01.

1587. Naći najveću i najmanju vrednost funkcije $y = x - e^{x^2}$ u intervalu $[0,2; 0,5]$ sa tačnošću do 0,001.

1588. Naći koordinate prevojne tačke krive

$$y = \frac{e^x}{10}\,(x^3 - 6x^2 + 19x + 30)$$

sa tačnošću do 0,01.

1589. Naći koordinate prevojne tačke krive

$$y = 6x^2 \ln x + 2x^3 - 9x^2$$

sa tačnošću do 0,01.

1590. Izračunati sa tačnošću do 0,01 krivinu krive $y = \frac{1}{2}$ u tački preseka sa pravom $y = x - 1$.

1591. Izračunati sa tačnošću do 0,001 koordinate tačke na krivoj $y = \ln x$ u kojoj je poluprečnik krivine ove krive tri puta veći od apscise dotične tačke.

REZULTATI

1110. 1) Tačka maksimuma; 2) opada; 3) raste; 4) tačka minimuma; 5) tačka maksimuma; 6) tačka minimuma; 7) tačka minimuma; 8) tačka maksimuma; 9) tačka minimuma.

1112. U tački $x_1=0$ raste. u tački $x_2=1$ opada, u tački $x_3=-\frac{\pi}{2}$ raste i u tački $x_4=2$ opada.

1113. Opada u tački $x_1=\frac{1}{2}$, raste u tačkama $x_2=2$ i $x_3=e$; $x_4=1$ je tačka minimuma.

1114. Raste u tački $x_1=1$, opada u tački $x_2=-1$; $x_3=0$ je tačka minimuma.

1115. Opada u tački $x_1=\frac{1}{2}$, raste u tački $x_2=-\frac{1}{2}$; $x_3=0$ je tačka maksimuma.

1125. Tri korena, po jedan u svakom od intervala: (1, 2), (2, 3) i (3, 4).

1127. $\sin 3x_2 - \sin 3x_1 = 3(x_2 - x_1)\cos 3\xi$, gde je $x_1 < \xi < x_2$.

1128. $a(1 - \ln a) - b(1 - \ln b) = (b - a)\ln \xi$, gde je $a < \xi < b$.

1129. $\arcsin[2(x_0 + \Delta x)] - \arcsin 2x_0 = \dfrac{2\Delta x}{\sqrt{1 - 4\xi^2}}$, gde je $x_0 < \xi < x_0 + \Delta x$.

1135. Kad $x \to 0$ teži i ξ nuli, ali ne neprekidno, tj. preko svih međuvrednosti, nego samo preko niza takvih brojeva za koje $\cos\dfrac{1}{\xi}$ teži nuli.

1136. 0,833. **1137.** 0,57. **1138.** 1,0414. **1139.** 0,1990.

1140. 0,8449. **1141.** 1,7853.

1149*. Dotična nejednakost sledi iz činjenice da je funkcija $\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$ u intervalu $\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$ rastuća.

1150. $(-\infty, -1)$ raste, $(-1, 3)$ opada, $(3, \infty)$ raste.

1151. $(-\infty, -1)$ opada, $(-1, 0)$ raste, $(0, 1)$ opada, $(1, \infty)$ raste.

1152. $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right)$ raste, $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{11}{18}\right)$ opada $\left(\dfrac{11}{18}, \infty\right)$ raste.

1153. $\left(-\infty, \dfrac{2}{3}a\right)$ raste, $\left(\dfrac{2}{3}a, a\right)$ opada, (a, ∞) raste.

1154. $(-\infty, -1)$ raste, $(-1, 1)$ opada, $(1, \infty)$ raste.

1155. $(-\infty, 0)$ opada, $\left(0, \dfrac{1}{2}\right)$ opada, $\left(\dfrac{1}{2}, 1\right)$ raste, $(1, \infty)$ opada.

1156. $(-\infty, 0)$ raste, $(0, \infty)$ opada.

1157. $(-\infty, 0)$ opada, $(0, 2)$ raste, $(2, \infty)$ opada.

1158. $(0, 1)$ opada, $(1, e)$ opada. (e, ∞) raste.

1159. $\left(0, \dfrac{1}{2}\right)$ opada, $\left(\dfrac{1}{2}, \infty\right)$ raste.

1160. $\left(0, \dfrac{\pi}{3}\right)$ opada, $\left(\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{3}\right)$ raste, $\left(\dfrac{5\pi}{3}, 2\pi\right)$ opada.

1161. $\left(0, \dfrac{\pi}{6}\right)$ raste, $\left(\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{2}\right)$ opada, $\left(\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{5\pi}{6}\right)$ raste, $\left(\dfrac{5\pi}{6}, \dfrac{3\pi}{2}\right)$ opada,

$\left(\dfrac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ raste.

1162. Monotono raste. **1163.** Monotono raste.

1164. $\left(0, \dfrac{3}{4}a\right)$ raste, $\left(\dfrac{3}{4}a, a\right)$ opada.

1165. $y_{\max} = 0$ za $x = 0$, $y_{\min} = -1$ za $x = 1$.

1166. $y_{\max} = 17$ za $x = -1$, $y_{\min} = -47$ za $x = 3$.

1167. $y_{\max} = 4$ za $x = 0$, $y_{\min} = \dfrac{8}{3}$ za $x = -2$.

1168. $y_{\max} = 2$ za $x = 0$, $y_{\min} = \sqrt[3]{4}$ za $x = 2$.

1169. $y_{max} = \frac{1}{\ln 3}$ za $x = -3$. **1170.** $y_{max} = 0$ za $x = 0$.

1171. $y_{max} = 0$ za $x = 0$, $y_{min} = -\frac{2}{3}$ za $x = 1$.

1172. $y_{min} = 2$ za $x = \frac{2}{3}$. **1173.** $y_{max} = \frac{\sqrt{205}}{10}$ za $x = \frac{12}{5}$.

1174. $y_{max} = \sqrt[3]{a^4}$ za $x = 0$. $y_{min} = 0$ za $x = \pm a$.

1175. $y_{min} = 0$ za $x = 0$.

1176. Monotono raste.

1177. $y_{max} = \frac{81}{8}\sqrt[3]{18}$ za $x = \frac{1}{2}$, $y_{min} = 0$ za $x = -1$ i $x = 5$.

1178. $y_{max} = 2{,}5$ za $x = 1$, $y_{min} = \frac{e(4-e)}{2} \approx 1{,}76$ za $x = e$.

1179. $y_{max} = \frac{1}{2}$ za $x = 0$, $y_{min} = \frac{\pi}{8}$ za $x = 1$.

1180. $y_{max} = 0$ za $x = 0$, $y_{min} = \frac{3\sqrt{3}-2\pi}{48}$ za $x = \frac{1}{2}$.

1181. $y_{max} = \frac{6\pi\sqrt{3}-\pi^2+18}{36} \approx 1{,}13$ za $x = \pm\frac{\pi}{3}$, $y_{min} = 1$ za $x = 0$.

1182. $y_{max} = \sin\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$ za $x = \frac{1}{2}$,

$$y_{min} = \frac{36\sqrt{3}-12\pi\sqrt{3}+72-\pi^3+6\pi}{144} \text{ za } x = \frac{\pi}{6}.$$

1183. $y_{max} = \frac{1}{\pi}$ za $x = 1$, $y_{min} = -\frac{1}{\pi}$ za $x = 3$.

1184. Ako je $ab < 0$ ekstremuma nema. Ako je $ab > 0$ i $a > 0$, onda je $y_{min} = 2\sqrt{ab}$ $= \frac{1}{2p}\ln\frac{b}{a}$; ako je $ab > 0$ i $a < 0$, onda je $y_{max} = -2\sqrt{ab}$ za $x = \frac{1}{2p}\ln\frac{b}{a}$

1185. 13 i 4. **1186.** 8 i 0. **1187.** 2 i -10. **1188.** 2 i -12.

1189. 10 i 6. **1190.** 1 i $\frac{3}{5}$. **1191.** $\frac{3}{5}$ i -1.

1192. Najmanja vrednost je $(a+b)^2$, najveće nema.

1193. $\frac{\pi}{2}$ i $-\frac{\pi}{2}$.

1194. Najveća vrednost je 1, najmanje nema.

1195. Najmanja vrednost je $\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}}$, najveće nema.

1196. $\sqrt[3]{9}$ i 0. **1197.** $\frac{\pi}{4}$ i 0. **1208.** 4 i 4. **1209.** 1.

1210. 6 i 6. **1211.** 3, 6 i 4 *cm*. **1212.** 3 *cm*. **12.13.** 1 *cm*.

1214. $\sqrt[3]{4v}$.

1215. $R=H=\sqrt[3]{\frac{v}{\pi}}$. **1216.** $H=2R$. **1217.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ *cm*.

1218. $2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}\approx 293°56$. **1219.** Osnovica $=\frac{p}{2}$, krak $=\frac{3p}{4}$.

1220. Osnovica $=\frac{4p}{5}$, krak $=\frac{3p}{5}$. **1221.** $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

1222. $\frac{4}{3}R$. **1223.** $\frac{2m_0}{3k}$ sek, $\frac{2}{27}\frac{m_0^3 g^2}{k^2}\frac{cm^2 g}{sek^2}$. **1224.** $\sqrt{\frac{2aP}{k}}$.

1225. $v\sqrt[3]{\frac{b}{2a}}$ *km/čas*; $\frac{3b}{2}$ dinara.

1226. Posle $1\frac{27}{43}$ časa (ili približno 1 čas 38 minuta).

1227. Tetiva mora biti udaljena od tačke A za $\frac{3}{4}$ prečnika kruga.

1228. $\frac{4R\sqrt{5}}{5}$ i $\frac{R\sqrt{5}}{5}$.

1229. Visina pravougaonika je $\frac{\sqrt{8R^2+h^2}-3h}{4}$, pri čemu je h odstojanje granične tetive odsečka od centra kruga, a R — poluprečnik kruga.

1230. Poluprečnik osnove konusa mora biti 1,5 puta veći od poluprečnika cilindra.

1231. $4R$. **1232.** $\approx 49°$ **1233.** 60°. **1234.** $R\sqrt{3}$.

1235. $\frac{4}{3}R$. **1237.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}=1$. **1238.** $a\sqrt{2}$ i $b\sqrt{2}$.

1239. Površina pravougaonika je $\frac{2}{\pi}$ puta veća od površine elipse.

1240. Kroz tačku (2, 3).

1241. $C(-\sqrt{6}, -\sqrt{6})$.

1242. $x=a-p$, ako je $a>p$; $x=0$, ako je $a<p$.

1243. Presek žljeba ima oblik polukruga.

1244. Dužina grede je $13\frac{1}{3}$ *m*, stranica poprečnog preseka je $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ *m*.

1245. Tražena vrednost je aritmetička sredina rezultata dobijenih deljenjem::

$$x=\frac{x_2+x_2+\cdots+x_n}{n}.$$

1246. Na 3 *km* od logora.

1247. Na visini $\frac{R\sqrt{2}}{2}$.

1248. Najslabije osvetljena tačka leži na odstojanju $\dfrac{l\sqrt[3]{I_1}}{\sqrt[3]{I_1}+\sqrt[3]{I_2}}$ od svetlosnog izvora jačine I_2; drugim rečima, tražena tačka deli rastojanje l u odnosu $\sqrt[3]{I_1}:\sqrt[3]{I_2}$.

1249. 2,4 m. **1250.** $F_{\min}=\dfrac{kP}{\sqrt{1+k^2}}$ za $\varphi=\operatorname{arctg} k$.

1251. $\approx 4{,}5$. **1252.** $2b+\sqrt{\dfrac{Sb}{a}}$ i $2a+\sqrt{\dfrac{Sa}{b}}$

1253*. $\dfrac{RHL}{(L-R)(L+2R)}$, pri čemu je L izvodnica konusa. Uzeti u obzir da je razlika rastojanja od centra lopte od vrha konusa i poluprečnika lopte jednaka razlici visine konusa i visine potopljenog odsečka.

1254. $\dfrac{R}{4}$. **1255.** $\dfrac{R}{2}$. **1256.** $P(p, \pm p\sqrt{2})$.

1263*. $\dfrac{3}{4}$ Pošto se funkcija svodi na konstantu ($y'=0$) to je vrednost te konstante jednaka vrednosti date fnnkcije za bilo koju vrednost x, recimo za $x=0$.

1264. π. **1265.** 0.

1267. $y_{\max}=\dfrac{4}{27}a^3$ za $x=\dfrac{a}{3}$, $y_{\min}=0$ za $x=a$.

1268. $y_{\max}=\dfrac{a}{16}$ za $x=\dfrac{a}{2}$, $y_{\min}=0$ za $x=0$ i za $x=a$.

1269. $y_{\max}=-2a$ za $x=-a$, $y_{\min}=2a$ za $x=a$.

1270. $y_{\max}=\dfrac{5}{4}$ za $x=\dfrac{3}{4}$.

1271. $y_{\max}=1$ za $x=1$, $y_{\min}=-1$ za $x=-1$.

1272. $y_{\min}=2$ za $x=0$.

1273. $y_{\max}=\dfrac{4}{e^2}$ za $x=2$, $y_{\min}=0$ za $x=0$.

1274. $y_{\min}=e$ za $x=e$. **1275.** $y_{\max}=\sqrt[e]{e}$ za $x=e$.

1276. Za $a=2$ maksimum. **1277.** $a=-\dfrac{2}{3}$, $b=-\dfrac{1}{6}$

1278. Konveksna u okolini tačke (1, 11), konkavna u okolini tačke (3, 3).

1279. Konveksna u okolini tačke $\left(1, \dfrac{\pi}{4}\right)$, konkavna u okolini tačke $\left(-1, -\dfrac{\pi}{4}\right)$.

1280. Konveksna u okolini tačke $\left(\dfrac{1}{e^2}, -\dfrac{2}{e^4}\right)$, konkavna u okolini tačke (1, 0).

1287. Prevojna tačka $\left(\dfrac{5}{3}, -\dfrac{250}{27}\right)$. Interval konveksnosti: $\left(-\infty, \dfrac{5}{3}\right)$ Interval konkavnosti $(1, \infty)$.

1288. Prevojne tačke nema, grafik je konkavan.

1289. Prevojne tačke su (2, 62) i (4, 206). Intervali: konkavnosti — $(-\infty, 2)$ konveksnosti — (2, 4), konkavnosti — (4, 8).

1290. Prevojne tačke su $(-3, 294)$ i $(2, 114)$. Intervali: konveksnosti — $(-\infty, -3)$, konkavnosti — $(-3, 2)$, konveksnosti — $(2, \infty)$.

1291. Prevojna tačka $(1, -1)$. Intervali: konveksnosti — $(-\infty, 1)$, konkavnosti — $(1, \infty)$.

1292. Prevojnih tačaka nema. Grafik je konkavan.

1293. Prevojne tačke su $\left(-3a, -\frac{9a}{4}\right)$, $(0, 0)$, $\left(3a, \frac{9a}{4}\right)$. Intervali: konkavnosti — $(-\infty, -3a)$, konveksnosti — $(-3a, 0)$, konkavnosti — $(0, 3a)$, konveksnosti — $(3a, \infty)$.

1294. Prevojna tačka (b, a). Intervali: konveksnosti — (∞, b), konkavnosti — (b, ∞).

1295. Prevojna tačka $\left(\arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}, e^{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}\right)$. Intervali: konkavnosti — $\left(-\frac{\pi}{2}, \arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$, konveksnosti $\left(\arcsin\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

1296. Prevojne tačke $(\pm 1, \ln 2)$. Intervali: konveksnosti — $(-\infty, -1)$, konkavnosti — $(-1, 1)$, konveksnosti — $(1, \infty)$.

1297. Prevojna tačka $\left(ae^{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}}\right)$. Intervali: konveksnosti — $\left(0, ae^{\frac{3}{2}}\right)$, konkavnosni — $\left(ae^{\frac{3}{2}}, \infty\right)$.

1298. Prevojnih tačaka nema. Grafik je konkavan.

1299. Prevojna tačka $\left(\frac{1}{2}, e^{\operatorname{arctg}\frac{1}{2}}\right)$. Intervali: konkavnosti: — $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$, konveksnosti — $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$.

1300. Prevojna tačka $(1, -7)$. Intervali: konveksnosti — $(0, 1)$, konkavnosti — $(1, \infty)$.

1305. $a = -\frac{3}{2}$, $b = \frac{9}{2}$.

1306. $\alpha = -\frac{20}{3}$, $\beta = \frac{4}{3}$. Prevojne tačke krive biće takođe i tačke $(-2, -2{,}5)$ i $(0, 0)$.

1307. Za $a < -\frac{e}{6}$ i za $a > 0$.

1316. Prevojne taške su $(1, 4)$ i $(1, -4)$.

1317. Prevojne tačke se dobijaju za $t = \frac{3\pi}{4} \pm k\pi$ $(k = 0, 1, 2, \ldots)$.

1318. $\dfrac{\sin b - \sin a}{\ln\dfrac{b}{a}} = \xi \operatorname{sos} \xi$, pri čemu je $a < \xi < b$.

1319. $e^b + e^a = 2e^{\xi}$, pri čemu je $a < \xi < b$,

1324. $\dfrac{2}{\dfrac{6}{3\sqrt{a}}}$. 1325. 0. 1326. 1. 1327. $\dfrac{\alpha}{\beta}$. 1328. $\dfrac{1}{3}$. 1329. $\dfrac{a}{\sqrt{b}}$.

1330. $-\frac{1}{2}$. **1331.** 2. **1332.** $\frac{m}{n}a^{m-n}$. **1333.** $\frac{\ln\frac{a}{b}}{\ln\frac{c}{d}}$. **1334.** -2. **1335.** 2.

1336. $\ln\frac{a}{b}$. **1337.** $\cos a$. **1338.** 2. **1339.** 1. **1340.** 1. **1341.** $\frac{1}{128}$. **1342.** 16.

1343. 1. **1344.** 1. **1345.** -2. **1346.** 0. **1347.** 0. **1348.** a. **1349.** $\frac{1}{2}$.

1350. $\frac{4a^2}{\pi}$. **1351.** -1. **1352.** 0. **1353.** ∞. **1354.** $\frac{a+b+c}{3}$. **1355.** 1.

1356. ∞. **1357.** 1. **1358.** 1. **1359.** e. **1360.** 1. **1361.** e^2. **1362.** $e^{\frac{2}{\pi}}$

1363. 1. **1363.** $\frac{1}{2}$.

1366. Vrednosti x^x su veće od vrednosti $a^x x^a$.

1367. Vrednosti $f(x)$ su veće od vrednosti $\ln f(x)$.

1374. $f(115)\approx 1520990$; $f(120)\approx 1728120$; za $x=100$ granica apsolutne greške je 0,03.

1375. $y=\pm\frac{b}{a}x$. **1376.** $x=0,\ y=0$. **1377.** $y=0$. **1378.** $x=b,\ y=c$.

1379. $x=-1,\ y=\frac{1}{2}x-1$. **1380.** $x+y=0$. **1381.** $y=x+2$.

1382. $y=\pm x$. **1383.** $x=0,\ y=0;\ x+y=0$.

1384. $x=b;\ x=2b;\ y=x+3(b-a)$.

1385. $y+1=0;\ 2x+y+1=0$. **1386.** $x=-\frac{1}{e},\ y=x+\frac{1}{e}$.

1387. $x=0,\ y=x$. **1388.** $x=0,\ y=x+3$. **1389.** $y=\frac{\pi}{2}x-1$.

1390. $y=2x\pm\frac{\pi}{2}$.

1391. $y=x$ ako $f(x)$ nije identički jednako konstanti.

1392. Ako je $\lim\limits_{t\to t_0}\varphi(t)=\infty$, i $\lim\limits_{t\to t_0}\psi(t)=b$, onda je $y=b$ asimptota; ako je $\lim\limits_{t\to t_0}\psi(t)=\infty$, a $\lim\limits_{t\to t_0}\varphi(t)=a$, onda je $x=a$ asimptota.

1393. $x=-1,\ y=0$. **1394.** $y=\frac{1}{2}x+e$. **1395.** $y=\pm\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$.

1396. $x+y+a=0$. **1397.** $x=2;\ 2x+8y+1=0;\ 6x-40y+9=0$.

1398. Definisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na koordinatni početak $y_{\max}=\frac{1}{2}$ za $x=1$, $y_{\min}=-\frac{1}{2}$ za $x=-1$. Prevojne tačke grafika su $\left(-\sqrt{3},\ -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$, $(0,\ 0)$ i $\left(\sqrt{3},\ \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$. Asimptota $y=0$.

1399. Definisana svuda osim za $x=\pm 1$. Grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu. Maksimuma nema. $y_{\min}=1$ za $x=0$. Prevojnih tačaka nema. Asimptote: $x=\pm 1,\ y=0$.

1400. Definisana svuda, osim za vrednosti $x=\pm 1$. Grafik je simetričan u odnosu na koordinatni početak. Ekstremuma nema. Prevojna tačka $(0, 0)$. Asimptote: $x=-1$, $x=1$, $y=0$.

1401. Definisana svuda, osim za vrednosti $x=1$, $x=2$ i $x=3$. $y_{max}\approx -2{,}60$ za $x\approx 2{,}58$, $y_{min}\approx 2{,}60$ za $x\approx 1{,}42$. Prevojničkih tačaka nema. Asimptote: $x=1$, $x=2$, $y=0$.

1402. Nije definisana za $x=\pm 1$. Grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu $y_{max}=0$ sa $x=0$. Minimuma nema. Za $x<-1$ raste, za $x>1$ opada. Grafik nema prevojničkih tačaka. Asimptote su $x=\pm 1$, $y=1$.

1403. Definisana je svuda, grafik je simetričan u odnosu na ordinatnu osu. $y_{min}=-1$ za $x=0$; prevojne tačke $(1, 0)$, $(-1, 0)$ i $\left(\pm\frac{\sqrt{5}}{5}, -\frac{64}{125}\right)$ — prve dve sa tangentom paralelnom apscisnoj osi; asimptota nema.

1404. Definisana svuda; grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu; $y_{max}=0$ za $x=0$, $y_{min}=-\frac{27}{8}$ za $x=\pm\frac{1}{2}$. Prevojne tačke grafika sa tangentom paralelnom apscisnoj osi $(\pm 1, 0)$, i još četiri prevojne tačke za $x\approx\pm 0{,}7$ i $x\approx 0{,}26$. Asimptota nema.

1405. Definisana svuda, osim za $x=0$. $y_{min}=3$ za $x=\frac{1}{2}$. Maksimuma nema. Prevojna tačka grafika $\left(-\frac{\sqrt[3]{2}}{2}, 0\right)$. Asimptota $x=0$.

1406. Definisana za sve vrednosti, osim za $x=0$. $y_{min}=2$ za $x=\pm 1$, Maksimuma nema. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptota $x=0$.

1407. Definisana svuda osim za $x=1$. $y_{min}=-1$ za $x=0$. Maksimuma nema. Prevojna tačka grafika $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{8}{9}\right)$. Asimptote $x=1$ i $y=0$.

1408. Definisana svuda, osim za $x=\pm\sqrt{3}$. Grafik simetričan u odnosu na koordinatni početak. $y_{max}=-4{,}5$ za $x=3$, $y_{min}=4{,}5$ za $x=-3$. Prevojna tačka grafika $(0, 0)$. Asimptote $x=\pm\sqrt{3}$ i $x+y=0$.

1409. Definisana svuda, osim za $x=-1$. Minimuma nema. $y_{max}=-3\frac{3}{8}$ za $x=-3$. Prevojna tačka grafika $(0, 0)$. Asimptote $x=-1$ i $y=\frac{1}{2}x-1$.

1410. Definisana svuda, osim sa $x=1$. Maksimuma nema. $y_{min}=\frac{27}{4}$ za $x=\frac{3}{2}$. Prevojna tačka grafika $(0, 0)$ Asimptota $x=1$.

1411. Definisana svuda osim sa $x=1$. $y_{max}=0$ za $x=0$, $y_{min}=\frac{4}{3}\sqrt[3]{4}$ za $x=4$. Prevojna tačka grafika $\left(-\sqrt[3]{2}, -\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}\right)$. Asimptote $x=1$ i $y=x$.

1412. Definisana svuda, osim za $x=-1$. $y_{max}=\frac{2}{27}$ za $x=5$, $y_{min}=0$ za $x=1$, apscise prevojnih tačaka grafika su $5\pm 2\sqrt{3}$. Asimptote $x=-1$ i $y=0$.

1413. Definisana svuda osim za $x=0$. $y_{max}=\frac{7}{2}$ za $x=1$, $y_{max}=-\frac{11}{6}$ za $x=-3$, $y_{min}=\frac{27}{8}$ za $x=2$. Apscisa prevojne tačke grafika $\frac{9}{7}$. Asimptote $x=0$ i $y=\frac{1}{2}x+1$.

1414. Definisana svuda, osim za $x=0$. Maksimuma nema. $y_{min}\approx -0{,}28$ za $x\approx 1{,}46$. Apscisa prevojne tačke grafika $-\sqrt[3]{2}$. Asimptota $y=0$.

1415. Definisana svuda osim za $x=0$. $y_{max}=-2{,}5$ za $x=-2$; minimuma nema. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptote $x=0$ i $y=x$.

1416. Definisana svuda. $y_{max}=\frac{1}{e}$ za $x=1$. Minimuma nema. Prevojna tačka grafika $\left(2, \frac{2}{e^2}\right)$. Asimptota $y=0$.

1417. Definisana svuda. $y_{max}=\frac{4}{e^2}$ za $x=2$, $y_{min}=0$ za $x=0$. Apscise prevojnih tačaka grafika $2\pm\sqrt{2}$. Asimptota $y=0$.

1418. Definisana svuda, osim za $x=0$. $y_{min}=e$ za $x=1$. Maksimuma nema. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptote $x=0$, $y=0$.

1419. Definisana za $x>-1$. $y_{min}=0$ za $x=0$. Maksimuma nema. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptota $x=-1$.

1420. Definisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu. $y_{min}=0$ za $x=0$. Maksimuma nema. Prevojne tačke grafika $(\pm 1, \ln 2)$. Asimptota nema.

1421. Definisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu. $y_{max}=\frac{1}{e}$ za $x=\pm 1$, $y_{min}=0$ za $x=0$. Apscise prevojnih tačaka grafika $\pm\frac{\sqrt{5\pm\sqrt{17}}}{2}$. Asimptota $y=0$.

1422. Definisana svuda. $y_{max}=\frac{27}{e^3}$ za $x=3$. Minimuma nema. Apscise prevojnih tačaka su 0 i $3\pm\sqrt{3}$. Asimptota $y=0$.

1423. Definisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na koordinatni početak. $y_{max}=\frac{1}{\sqrt{e}}$ za $x=1$, $y_{min}=-\frac{1}{\sqrt{e}}$ za $x=-1$. Prevojne tačke grafika $(0, 0)$, $\left(\sqrt{3}, \sqrt{3}\cdot e^{-\frac{3}{2}}\right)$ i $\left(-\sqrt{3}, -\sqrt{3}\cdot e^{-\frac{2}{3}}\right)$. Asimptota $y=0$.

1424. Definisana svuda, osim za $x=0$. Ekstremuma nema. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptote $x=0$, $y=0$ i $y=-1$.

1425. Definisana za $x>0$. Ekstremuma nema. Prevojne tačke grafika $\left(e^{\frac{3}{2}}, e^{\frac{3}{2}}+\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{2}}\right)$. Asimptote $x=0$ i $y=x$.

1426. Funkcija definisana za $-\infty<x<-1$ i za $0<x<+\infty$. U intervalu $(-\infty, -1)$ raste od e do ∞; u intervalu $(0, +\infty)$ raste od 1 do e. Grafik se sastoji iz dve odvojene grane. Asimptote $y=e$ i $x=-1$.

1427. Definisana svuda. Ekstremnih vrednosti nema. Tačke $x=\pm k\pi$ $(k=1, 3, 5\ldots)$ su stacionarne. Grafik je simetričan u odnosu na koordinatni početak, asimptota nema. Prevojne tačke $(k\pi, k\pi)$, $(k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$; u prevojnim tačkama grafik preseca pravu $y=x$.

1428. Definisana svuda. Grafik je simetričan u odnosu na ordinatnu osu. Tačke ekstremuma zadovoljavaju jednačinu $\operatorname{tg} x=-x$. Apscise prevojnih tačaka grafika zadovoljavaju jednačinu $x\operatorname{tg} x=2$. Asimptota nema.

1429. Definisana u intervalima $\left(-\frac{\pi}{2}+2k\pi, \frac{\pi}{2}+2k\pi\right)$, gde je $k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Period 2π. Grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu. $y_{max}=0$ za $x=2k\pi$. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptote $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

1430. Definisana u intervalima $\left(-\frac{\pi}{2}+2k\pi, \frac{\pi}{2}+2k\pi\right)$, gde je $k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Period 2π. Grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu. $y_{min}=1$ za $x=2k\pi$. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptote $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$.

1431. Definisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na koordinatni početak. $y_{max}=\frac{\pi}{2}-1$ za $x=-1$, $y_{min}=1-\frac{\pi}{2}$ za $x=1$. Prevojna tačka grafika $(0, 0)$. Asimptote $y=x\pm\pi$.

1432. Definisana svuda, osim za $x=1$ i $x=3$. $y_{max}=\frac{1}{e}$ za $x=2$. Minimuma nema. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptote $x=1$, $x=3$ i $y=1$.

1433. Definisana svuda. Period 2π. $y_{min}=1$ za $x=k\pi$, gde je $k=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, $y_{max}=e-1$ za $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ i $y_{max}=1+\frac{1}{e}$ za $x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$. Asimptota nema.

1434. Definisana svuda. $y_{max}=\frac{4}{27}$ za $x=\frac{8}{27}$, $y_{min}=0$ sa $x=0$. Grafik nema ni prevojnih tačaka ni asimptota.

1435. Definisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu. $y_{max}=0$, za $x=0$, $y_{min}=-3$ za $x=\pm 1$. Grafik nema ni prevojnih tačaka ni asimptota.

1436. Defisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na koordinatni početak: $y_{max}=\frac{2}{3}$ za $x=1$, $y_{min}=-\frac{2}{3}$ za $x=-1$. Prevojna tačka grafika $(0, 0)$. Asimptota nema.

1437. Definisana svuda. $y_{max}=2$ za $x=0$, $y_{min}=0$ za $x=-1$. Prevojna tačka grafika $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$. Asimptota $y=1$.

1438. Definisana svuda. $y_{max}\approx 2{,}2$ za $x=\frac{7}{11}$, $y_{min}=0$ za $x=1$. Apscise prevojnih tačaka grafika -1 i $\frac{7\pm 3\sqrt{3}}{11}$. Asimptota nema.

1439. Definisana svuda. $y_{max}=2\sqrt[3]{4}$ za $x=4$, $y_{min}=0$ za $x=0$. Prevojna tačka grafika $(6, 0)$. Asimptota $x+y=2$.

1440. Funkcija definisana za $x\geqslant 0$, dvoznačna. Funkcija $y=x+\sqrt{x^5}$ (gornja grana grafika) monotono raste. Funkcija $y=x-\sqrt{x^5}$ (donja grana grafika) ima maksimum za $x=\frac{\sqrt[3]{20}}{5}$. Grafik nema ni prevojnih tačaka, ni asimptota.

1441. Za $x\geqslant 0$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije: prva $y_1=x^2+\sqrt{x^5}$ monotono raste, druga $y_2=x^2-\sqrt{x^5}$ ima maksimum za $x=\frac{16}{25}$, i prevojnu tačku za $x=\frac{64}{225}$: grafici nemaju asimptota.

1442. Za $x\geqslant -1$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, koje nemaju ekstremnih vrednosti i čiji grafici skupa obrazuju neprekidnu krivu simetričnu u odnosu na apscisnu osu; grafici imaju prevojne tačke za $x=0$, a nemaju asimptota.

1443. U intervalima $[-1, 0]$ i $[1, \infty)$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ čiji grafici skupa obrazuju dve odvojene krive (po jednu u svakom intervalu), simetrične u odnosu na apscisnu osu; $|y|_{max}=\frac{\sqrt[4]{12}}{3}$ za $x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$: apscisa prevojnih tačaka je $\sqrt{1+\frac{\sqrt{12}}{3}}$; grafici nemaju asimptota.

1444*. Za $x \geqslant 0$ jednačina definiše dve (jednoznačne i diferencijabilne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju krivu simetričnu u odnosu na apscisnu osu; $|y|_{max} = \frac{\sqrt{12}}{9}$ za $x = \frac{1}{3}$; grafici nemaju ni prevojnih tačaka, ni asimptota.

1445. Za $x = 0$ i $x \geqslant 1$ jednačina definiše dve (jednoznačne i, za $x \geqslant 1$, neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju krivu simetričnu u odnosu na apscisnu osu, sa koordinatnim početkom kao izolovanom tačkom; funkcije nemaju ekstremnih vrednosti; apscisa prevojnih tačaka je $\frac{4}{3}$; grafici nemaju asimptota.

1446. Za $x < 0$ i $x > \sqrt[3]{2}$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ čiji grafici skupa obrazuju krivu simetričnu u odnosu na apcisnu osu, a sastoji se iz tri odvojene grane: dve za $x < 0$ i jedna za $x > \sqrt[3]{2}$; $|y|_{max} = 1$ za $x = -1$; grafici nemaju prevojnih tačaka; asimptote: $x = 0$ i $y = \pm \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

1447. Za $x \leqslant -2$ i $x > 0$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ čiji grafici skupa obrazuju krivu (simetričnu u odnosu na pravu $y = x$) koja se sastoji iz tri odvojene grane; svaka grana ima po dve asimptote, i to: jedna — koordinatne ose, a druge dve — po jednu od koordinatnih osâ i pravu $x + y = 0$; „manja“ funkcija dostiže maksimalnu vrednost -2 za $x = 1$.

1448. Za $-a < x < a$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ čiji grafici skupa obrazuju krivu simetričnu u odnosu na apscisnu osu; $|y|_{max} = a\sqrt{\frac{5\sqrt{5}-11}{2}}$ za $x = -\frac{a}{2}(\sqrt{5}-1)$; grafici nemaju prevojnih tačaka; zajednička asimptota im je $x = a$.

1449. Za $0 < x < 4$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ čiji grafici skupa obrazuju zatvorenu krivu asimetričnu u odnosu na apscisnu osu; $|y|_{max} = \sqrt{3}$ za $x = 3$; apscisa prevojnih tačaka je $3 - \sqrt{3}$; grafici nemaju asimptota.

1450. Za $-2 \leqslant x \leqslant 2$ jednačina definiše dve (jednoznačne i diferencijabilne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ čiji grafici skupa obrazuju zatvorenu krivu, simetričnu u odnosu na koordinatne ose; $|y|_{max} = \frac{1}{2}$ za $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$; koordinatni početak je prevojna tačka grafika; asimptota nemaju.

1451. Za $-1 \leqslant x \leqslant 1$ jednačina definiše dve (jednoznačne i diferencijabilne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ čiji grafici skupa obrazuju zatvorenu krivu simetričnu u odnosu na koordinatne ose; $|y|_{max} = \frac{1}{2}$ za $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$; koordinatni početak je prevojna tačka grafika; asimptota nemaju.

1452. Za $x \geqslant 1$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju krivu, simetričnu u odnosu na apscisnu osu; $|y|_{max} = 1$ za $x = 2$; apscisa prevojnih tačaka je $\frac{6+2\sqrt{3}}{3}$; oba grafika imaju za asimptotu apscisnu osu.

1453. Za $0 \leqslant x \leqslant 2a$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju krivu simetričnu u odnosu na apscisnu osu; funkcije nemaju ekstremuma; grafici nemaju prevojnih tačaka, a zajednička im je asimptota $x = 2a$.

1454. Za $x < 0$, za $0 < x \leqslant 1$ i za $x \geqslant 2$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju krivu simetvičnu u odnosu na apscisnu osu, koja se sastoji iz četiri odvojene grane: dve za $x < 0$ i po jedna za $0 < x \leqslant 1$ i za $x \geqslant 2$; prve dve grane imaju po dve asimptote: y-osu i po jednu od pravih $y = \pm 1$, treća — samo y-osu, a četvrta — samo prave $y = \pm 1$; funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ nemaju ekstremuma, a samo njihovi grafici u intervalu $(0, 1]$ imaju po jednu prevojnu tačku.

1455. Za $-a \leqslant x < 0$ i $0 < x \leqslant a$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju krivu simetričnu u odnosu na apscisnu osu, koja se sastoji iz dve grane: jedne u intervalu $[-a, 0)$, i druge u intervalu $(0, a]$, sa y-osom kao zajedničkom asimptotom; funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ nemaju ekstremuma, a samo njihovi grafici u intervalu $(0, a]$ imaju po jednu prevojnu tačku sa apscisom $a(\sqrt{3}-1)$ i ordinatama $\pm a\sqrt[4]{\frac{27}{4}}$.

1456. Za $-1 \leqslant x \leqslant 1$ i za $x = \pm 2$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju zatvorenu krivu simetričnu u odnosu na koordinatne ose, sa dve izolovane tačke $(\pm 2.\ 0)$; $|y|_{max} = 1$ za $x = 0$; grafici nemaju ni prevojnih tačaka ni asimptota.

1457. Za $-1 < x < 1$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju zatvorenu krivu simetričnu u odnosu na koordinatne ose, sa prevojnim tačkama $\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \pm\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$? $|y|_{max} = 1$ za $x = 0$; grafici nemaju asimptota.

1458. Za $x < -1$ i za $x > 1$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ čiji grafici skupa obrazuju krivu simetričnu u odnosu na koordinatne ose, koja se sastoji iz dve odvojene grane, sa prevojnim tačkama $\left(\pm\sqrt{2}, \pm\frac{1}{2}\right)$ i asimptotama $y = \pm x$; funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$ nemaju ekstremuma.

1459. Za $x > 0$ jednačina definiše dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, čiji grafici skupa obrazuju krivu simetričnu u odnosu na apscisnu osu, koja je ujedno i njihova zajednička asimptota; $|y|_{max} = 1$ za $x = \frac{1}{2}$; grafici imaju po jednu prevojnu tačku čija je apscisa $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

1460. Definisana svuda osim za $x = 0$. Ekstremuma nema. Prevojna tačka grafika $\left(-\frac{1}{2}, e^{-2} + \frac{1}{2}\right)$. Asimptote $x = 0$ i $x + y = 1$.

1461. Definisana svuda, osim za $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, gde je $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Period π. Ekstremuma nema. Grafik nema prevojnih tačaka. Asimptote $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

1462. Definisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na ordinatnu osu. Tačke ekstremuma zadovoljavaju jednačinu $x = \operatorname{tg} x$. Asimptota $y = 0$.

1463. Definisana svuda. Nema ekstremnih vrednosti. Grafik nema prevojnih tačaka. Za $x < 0$ funkcija je identički jednaka linearnoj funkciji $1 - x$. Asimptota grafika je $x + y = 3$, a tačka $(0, 1)$ je uglasta tačka grafika sa dve različite tangente.

1464. Definisana svuda. Grafik simetričan u odnosu na koordinatne ose. $y_{max} = 3$ za $x = 0$, $y_{min} = -1$ za $x = \pm 2$. Grafik nema ni prevojnih tačaka ni asimptota, a njegov desni deo parabole $y = x^2 - 4x + 3$ koji leži desno od ordinatne ose; tačka $(0, 3)$ je uglasta tačka grafika sa dve različite tangente.

1465. Definisana i neprekidna za svako t; $y_{max} = 3$ za $x = -3$, $y_{min} = -1$ za $x = 5$; prevojna tačka grafika $(1, 1)$; grafik nema asimptota; kad $x \to \infty$ nagibni ugao krive prema x-osi teži ka $\frac{\pi}{4}$.

1466. Definisana i neprekidna za svako t; asimptote $y = x$ i $y = x + 6\pi$; maksimum $\frac{3\pi}{2} - 1$ za $x = -1 - 3\pi$, minimum $1 - \frac{3\pi}{2}$ za $x = 1 - 3\pi$; prevojna tačka $(-3\pi, 0)$.

1467. Za sve vrednosti $t \neq -1$ date jednačine predstavljaju krivu (dekartov list), simetričnu u odnosu na pravu $y=x$ sa petljom u prvom kvadrantu i asimptotom $x+y+1=0$; koordinatne ose su ujedno i tangente krive u koordinatnom početku; kriva nema prevojnih tačaka.

1468. Za svaku vrednost t date jednačine definišu y kao funkciju od x; ako se za nezavisno promenljivu uzme x, onda ove jednačine za $-\frac{1}{e} \leqslant x < 0$ definišu dve (jednoznačne i neprekidne) funkcije $y_1(x)$ i $y_2(x)$, a za $x \geqslant 0$ jednu funkciju $y_3(x)$, — čiji grafici skupa obrazuju neprekidnu krivu, simetričnu u odnosu na pravu $x+y=0$, sa dve prevojne tačke i sa koordinatnim osama kao asimptotama; $y_{max}=\frac{1}{e}$ za $x=e$.

1469. Date jednačine predstavljaju zatvorenu krivu, simetričnu u odnosu na y-osu, sa tačkom $(a, 0)$ kao povratnom tačkom.

1470. Zatvorena trolisna rozeta; pol je trostruka tačka samopresecanja, u kojoj kriva dodiruje polarnu osu i prave $\varphi=\frac{\pi}{3}$ i $\varphi_\pi=-\frac{\pi}{3}$; poteg ρ dostiže ekstremne vrednosti za $\varphi=\frac{\pi}{6}$, $\varphi=\frac{5\pi}{6}$ i $\varphi=\frac{\pi}{2}$. Dovoljno je ispitati krivu za $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$, jer se za ostale vrednosti slika ponavlja.

1471. Postoji za sve vrednosti φ iz intervala $[0, 2\pi]$ izuzev za $\varphi=\frac{\pi}{2}$ i $\varphi=\frac{3\pi}{2}$, simetrična je u odnosu na polarnu osu i pravu $\varphi=\frac{\pi}{2}$; pol je dvojna tačka u kojoj se dodiruju dve grane krive. sa polarnom osom kao zajedničkom tangentom; asimptote krive su $x=\pm a$.*)

1472. Postoji za sve vrednosti φ iz intervala $[0, 2\pi]$ osim za $\varphi=\frac{\pi}{2}$ i $\varphi=\frac{3\pi}{2}$; pol je dvojna tačka krive u kojoj se dodiruju dve njene grane, sa pravom $\varphi=\frac{3}{4}$ kao zajedničkom tangentom; asimptote grafika su $x=a$ i $x=-a$.

1473. Postoji za sve vrednosti φ, zatvorena je i simetrična u odnosu na polarnu osu; $\rho_{max}=2a$ za $\varphi=0$, $\rho_{min}=0$ za $\varphi=\pi$; pol je povratna tačka krive.

1474. Postoji za sve vrednosti φ; $\rho_{max}=a(1+b)$ za $\varphi=0$, $\rho_{min}=a(1-b)$ za $\varphi=\pi$; pol je dvostruka tačka krive u kojoj kriva preseca sama sebe.

1475. Postoji za $\varphi>0$; prevojna tačka $(\sqrt{2\pi};\ 0,5)$; polarna osa je asimptota krive; kriva se spiralno obavija oko pola, približavajući mu se asimptotski.

1476. Postoji za sve vrednosti φ; za $\varphi \geqslant 0$ — spirala, koja prolazi iz pola i asimptotski se približava krugu $\rho=1$; za $\varphi<0$ — kriva simetrična onoj od maločas u odnosu na pravu $\varphi=\frac{\pi}{2}$.

1477. Postoji za $-1 \leqslant t \leqslant 1$ i leži cela desno od ordinatne ose; kriva je zatvorena; $\rho_{max}=1$ za $t=0$; kriva nema prevojnih tačaka, a dodiruje ordinatnu osu za $t=\pm 1$.

1478. Četvorolisna rozeta; koordinatni početak je dvostruka tačka u kojoj se dodiruju dve grane krive.

1479. Kriva cela leži u pojasu između pravih $x=\pm\frac{a\sqrt{2}}{2}$, simetrična je u odnosu na koordinatni početak; asimptota $x=0$; koordinatni početak je prevojna tačka krive sa x-osom kao tangentom; kriva ima još dve prevojne tačke.

1480. Zatvorena kriva, simetrična u odnnsu na kordinatne ose i na prave $y=x$ i $y=-x$, sa četiri povratne tačke: $(a, 0)$, $(0, a)$, $(-a, 0)$ i $(0, -a)$; koordinatni početak je izolovana tačka.

1481. Kriva simetrična u odnosu na koordinatne ose i na prave $y=\pm x$, i sastoji se iz četiri grane; asimptote su joj $(x\pm y)^2=\frac{1}{2}$; koordinatni početak je četvorostruka tačka u kojoj se grane krive presecaju dodirujući pritom koordinatne ose; svojim oblikom kriva podseća na vetrenjaču.

1485. Ostali koreni su prosti.

1486. $0,1<x<0,2$. **1487.** $-0,7<x_1<-0,6$ i $0,8<x_2<0,9$.

1488. $0,32<x<0,33$. **1489.** $-3,11<x_1<-3,10$, $0,22<x_2<0,23$ i $2,88<x_3<2,89$.

1490. $0,38<x_1<0,39$ i $1,24<x_2<1,25$.

1491. $-0,20<x<-0,19$. **1492.** $0,84<x<0,85$. **1493.** $1,63<x<1,64$.

1494. $1,537<x<1,538$. **1495.** $0,826<x<0,827$. **1496.** $1,096<x<1,097$.

1497. $0,64<x<0,65$. Za $0<a<1$ postoji samo jedan realan broj jednak svom logaritmu i pritom manji od 1. Za $1<a<e^{\frac{1}{e}}$ postoje dva različita broja jednaka svojim logaritmima, jedan iz intervala $(1, e)$, drugi iz intervala $(e, +\infty)$. Za $a=e^{\frac{1}{e}}$ postoji samo jedan broj jednak svom logaritmu: broj e (on se dobija kao dvostruki koren jednačine: $\lg_{e^{1/e}} x=x$). Najzad, za $a>e^{\frac{1}{e}}$ ne postoje realni brojevi koji bi bili jednaki svojim logaritmima.

1498. $(x-4)^4+11(x-4)^3+37(x-4)^2+21(x-4)-56$.

1499. $(x+1)^2-5(x+1)+8$.

1500. $(x-1)^{10}+10(x-1)^9+45(x-1)^8+120(x-1)^7+210(x-1)^6+$
$+249(x-1)^5+195(x-1)^4+90(x-1)^3+15(x-1)^2-5(x-1)-1$.

1501. $x^6-9x^5+30x^4-45x^3+30x^2-9x+1$.

1502. $f(-1)=143$; $f'(0)=-60$; $f''(1)=26$.

1503. $-1-(x+1)-(x+1)^2-\cdots-(x+1)^n+$

$$+(-1)^{n+1}\frac{(x+1)^{n+1}}{[-1+\theta(x+1)]^{n+2}},\text{ gde je } 0<\theta<1.$$

1504. $x+\frac{x^2}{1}+\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{x^n}{(n-1)!}+\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}(\theta x+n+1)e^{\theta x}$, gde $0<\theta<1$.

1505. $2+\frac{x-4}{4}-\frac{(x-4)^2}{64}+\frac{(x-4)^3}{512}-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{(2n-2)!(x-4)^n}{n!(n-1)!2^{4n-2}}+$

$$+\frac{(-1)^n(2n)!(x-4)^{n+1}}{2^{2n+1}n!(n+1)!\sqrt{[4+\theta(x-4)]^{2n+1}}},\text{ gde } 0<\theta<1.$$

1506. $1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots+\frac{x^{2n}}{(2n)!}+\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\frac{e^{\theta x}-e^{-\theta x}}{2}$, gde $0<\theta<1$.

1507. $(x-1)+\frac{5}{2!}(x-1)^2+\frac{11}{3!}(x-1)^3+\frac{6}{4!}(x-1)^4+\cdots+$

$$+\frac{(-1)^n 6(x-1)^n}{(n-3)(n-2)(n-1)n}+\frac{(-1)^{n+1}6(x-1)^{n+1}}{(n-2)(n-1)n(n+1)[1+\theta(x-1)]^{n-2}},$$

pri čemu je $0<\theta<1$.

1508. $\frac{2x^2}{2!}-\frac{2^3x^4}{4!}+\frac{2^5x^6}{6!}-\frac{2^7x^8}{8!}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{2^{2n-1}x^{2n}}{(2n)!}+$

$$+\frac{(-1)^n2^{2n}x^{2n+1}}{(2n+1)!}\sin 2\theta x,\ \text{gde } 0<\theta<1$$

1509. $2-(x-2)+(x-2)^2-(x-2)^3+\frac{(x-2)^4}{[1+\theta(x-2)]^5}$, gde $0<\theta<1$.

1510. $x+\frac{x^3}{3}\cdot\frac{1+2\sin^2\theta x}{\cos^4\theta x}$, gde $0<\theta<1$.

1511. $x+\frac{x^3}{6}+\frac{x^4}{4!}\,\frac{9\theta x+6\theta^3x^3}{(1-\theta^2x^2)^{7/2}}$, gde je $0<\theta<1$.

1512. $1-\frac{1}{2}(x-1)+\frac{1\cdot3}{2^2\cdot2}(x-1)^2-\frac{1\cdot3\cdot5}{2^3\cdot3!}(x-1)^3+$

$$+\frac{1\cdot3\cdot5\cdot7}{2^4\cdot4!}\,\frac{(x-1)^4}{\sqrt{[1+\theta(x-1)]^9}},\ \text{gde je } 0<\theta<1.$$

1513*. $\lim\limits_{h\to0}\theta=\frac{1}{n+2}$. Na osnovu postojanja trećeg izvoda imamo

$$f(a+h)=f(a)+hf'(a)+\frac{h}{2!}f''(a)+\frac{h^3}{3!}f'''(y+\theta_1 h).$$

Upoređujući sa izrazom u tekstu, dobijamo:

$$\frac{h^2}{2!}[f'(a+\theta h)-f''(a)]=\frac{h^3}{3!}f'''(a+\theta_1 h),$$

tj.

$$\frac{f''(a+\theta h)-f''(a)}{h}=\frac{1}{3}f'''(a+\theta_1 h).$$

1514. Funkcija opada; (0, 3) je prevojna tačka grafika.

1515. Funkcija ima minimum $=1$.

1516. Funkcija ima minimum $=2$.

1517. Funkcija ima maksimum $=-11$.

1518. Funkcija raste; (0, 0) je prevojna tačka grafika.

1519. Funkcija raste. (0, 4) je prevojna tačka grafika.

1520. $f(x)=1-6(x-1)+(x-1)^2+\ldots$; $f(1{,}03)\approx0{,}82$.

1521. $f(x)=321+1087(x-2)+1648(x-2)^2+\ldots$; $f(2{,}02)\approx343{,}4$; $f(1{,}97)\approx289{,}9$.

1522. $f(x)=1+60(x-1)+2570(x-1)^2+\ldots$; $f(1{,}005)\approx1{,}364$.

1523. $f(x)=-6+21(x-2)+50(x-2)^2+\ldots$; $f(2{,}1)\approx-3{,}4$; $f(2{,}1)=-3{,}36399$; $\delta=-0{,}036$; $\delta^2\approx0{,}011=1{,}1\%$.

1524. 1,65. **1525.** 0,78, $\delta<0{,}01$. **1526.** 0,342020. **1527.** 0,985. **1528.** 0,40 $\delta<0{,}01$.

1529. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **1530.** $\frac{a}{b^2}$; $\frac{b}{a^2}$. **1531.** 36. **1532.** 0,128. **1533.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

1534. 0. **1535.** 1. **1536.** $\frac{8\sqrt{2}}{3a}$. **1537.** $\frac{6|x|}{(1+9x^4)^{\frac{3}{2}}}$.

1538. $\dfrac{a^4 b^4}{(b^4 x^2 + a^4 y^2)^{\frac{3}{2}}}$. 1539. $|\cos x|$. 1540. $\dfrac{1}{3\sqrt[3]{a\,|xy|}}$.

1541. $\dfrac{|(m-1)\,(ab)^{2m}(xy)^{m-2}|}{(b^{2m}x^{2m-2}+a^{2m}y^{2m-2})^{\frac{3}{2}}}$. 1542. $\dfrac{1}{a\,\mathrm{ch}^2\dfrac{x}{a}}$. 1543. $\dfrac{1}{6}$.

1544. $\dfrac{2}{3a\,|\sin 2t_1|}$. 1545. $\dfrac{2}{\pi a}$. 1546. $\dfrac{3}{8a\left|\sin\dfrac{t}{2}\right|}$. 1547. $\dfrac{8}{\sqrt{1+\ln^2 a}}$.

1548. $\dfrac{2+\varphi^2}{a(1+\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}$. 1549. $\dfrac{\varphi^2+k^2+k}{a\varphi^{k-1}(\varphi^2+k^2)^{\frac{3}{2}}}$. 1550. $\dfrac{(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}{2ab\sqrt{2}}$.

1554. $(x+4)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2=\dfrac{125}{4}$. 1555. $(x-2)^2+(y-2)^2=2$.

1556. $(x+2)^2+(y-3)^2=8$. 1557. $\left(x-\dfrac{\pi-10}{4}\right)^2+\left(y-\dfrac{9}{4}\right)^2=\dfrac{125}{16}$.

1558. $\left(x+\dfrac{7}{3}a\right)^2+\left(y-\dfrac{8}{3}a\right)^2=\dfrac{125}{9}a^2$. 1559. $\left(\dfrac{a}{4}, \dfrac{a}{4}\right)$.

1560 $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, -\dfrac{1}{2}\ln 2\right)$. 1561. $\left(-\dfrac{1}{2}\ln 2, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$. 1562. Za $t=k\pi$.

1563. $\dfrac{3}{4}a$. 1566. $a=3,\ b=-2,\ c=1$.

1567. $y=-x^5-0{,}6\,x^4+4{,}5\,x^3+0{,}1\,x^2$.

1568. $\xi=x-\dfrac{[1+n^2x^{2(n-1)}]\,x}{n-1}$, $\eta=x^n+\dfrac{1+n^2x^{2(n-1)}}{n(n-1)x^{n-2}}$.

1569. $\xi=\dfrac{(a^2+b^2)\,x^3}{a^4}$, $\eta=-\dfrac{(a^2+b^2)\,y^3}{b^4}$; $(a\xi)^{\frac{2}{3}}-(b\eta)^{\frac{2}{3}}=(a^2+b^2)^{\frac{2}{3}}$.

1570. $\xi=x+3x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$, $\eta=y+3x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}$; $(\xi+\eta)^{\frac{2}{3}}+(\xi-\eta)^{\frac{2}{3}}=2a^{\frac{2}{3}}$

1571. $\xi=\pm\dfrac{4}{3}\sqrt{\dfrac{y}{a}}\,(3y+a)$, $\eta=-\dfrac{9y^2+2ay}{2a}$.

1572. $\xi=-\dfrac{4}{3}t^2$, $\eta=3t^2-\dfrac{3}{2}$, $\xi^2=\dfrac{16}{243}\left(\eta+\dfrac{3}{2}\right)^3$.

1573. $\left(\dfrac{3\eta}{8}\right)^4+6a^2\left(\dfrac{3\eta}{8}\right)^2+3a^3\xi=0$. 1574. $\xi^{\frac{2}{3}}+\eta^{\frac{2}{3}}=(2a)^{\frac{2}{3}}$.

1576. Može. 1579. $2p\left[\sqrt{\left(\dfrac{x+p}{3p}\right)^3}-1\right]$. 1580. $\dfrac{4(a^3-b^3)}{ab}$ 1581. $6a$.

1582*. 16a. Kad se dobiju parametarske jednačine evolute treba ih transformisati na nove koordinate i novu parametarsku promenljivu stavljajući: $x = -x_1$, $y = -y_1$, $t = t_1 + \pi$.

1583*. Iskoristiti vezu između dužine luka evolute i priraštaja poluprečnika krivine.

1584. 0,785. **1585.** 0,073. **1586.** (3,00; 2,46). **1587.** (—0,773; —0,841).

1588. (1,38; 4,99). **1589.** (0,57; —3,62). **1590.** 0,78. **1591.** (2,327; 0,845).